

Lebensdauerprognose von Drahtisolierungen unter Umrichterbelastung : Konzeption und Validierung von DoE-Versuchsplänen zur Lebensdauerabschätzung

Fynn Könecke

Suggested citation:

Könecke, Fynn. 2025. "Lebensdauerprognose von Drahtisolierungen unter Umrichterbelastung : Konzeption und Validierung von DoE-Versuchsplänen zur Lebensdauerabschätzung." Hannover: Hochschule Hannover. <https://doi.org/10.25968/opus-3685>.

Abstract

Die kontinuierliche Weiterentwicklung der Leistungselektronik bringt neue Herausforderungen für die Hersteller von Isolierstoffen mit sich. Insbesondere die schnellen Spannungssprünge von Umrichtern können die Lebensdauer und Zuverlässigkeit von Isolationsanordnungen beeinflussen. Für die Entwicklung entsprechender Gegenmaßnahmen ist es notwendig, die Auswirkung der Umrichterbelastung auf die Isolierung zu analysieren und durch Modelle abbilden zu können. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung von Versuchsplänen auf Basis statistischer Versuchsplanung (DoE) und der Anwendung mithilfe relevanter statistischer Methoden. Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, dass für das verwendete PEEK-isolierte Material eine Mindestanzahl von 20 bis 25 Proben pro Durchgang notwendig ist. Weiterhin wird gezeigt, dass sich die Messwerte bei Temperaturen ≤ 50 °C nicht mehr durch eine einzelne Verteilungsfunktion abbilden lassen. Die Untersuchung mit einer Wärmebildkamera führt zu der Vermutung, dass die thermische Belastung bei diesen Temperaturen nicht konstant ist und sich daraus eine fehlende Unabhängigkeit der Messwerte ergibt. Final werden Möglichkeiten zum weiteren Umgang mit diesen Abweichungen aufgezeigt.

Terms of use

CC BY 4.0

This document is made available under these conditions:
Creative Commons - CC BY - Namensnennung 4.0 International
For more information see:
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>





Hochschule Hannover

University of Applied Sciences and Arts

Fakultät I - Fachbereich Elektrische Anlagen, Smart
Grids und Hochspannungstechnik

Bachelorarbeit

im Studiengang Elektro- und Informationstechnik

Lebensdauerprognose von Drahtisolierungen unter Umrichterbelastung

Konzeption und Validierung von DoE-Versuchsplänen zur
Lebensdauerabschätzung

Verfasser	Fynn Könecke
Bearbeitungszeitraum	21.04.2025 bis 21.07.2025
Verlängerung	bis 04.08.2025
Erstprüfer	Prof. Dr.-Ing. Christian Staubach
Zweitprüfer	Prof. Dr.-Ing. Joachim Paulke

Eidesstattliche Versicherung

Hiermit erkläre ich durch meine Unterschrift, dass ich die vorliegende Arbeit eigenständig und ohne fremde Hilfe erstellt und andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht verwendet habe. Alle Texte, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten Publikationen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form – auch auszugsweise – noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen und wurde bisher nicht veröffentlicht.

Ort, Datum

Unterschrift

<https://doi.org/10.25968/opus-3685>



Dieses Dokument ist lizenziert unter der Lizenz Creative Commons Namensnennung 4.0 (CC BY 4.0).

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Kurzfassung

Die kontinuierliche Weiterentwicklung der Leistungselektronik bringt neue Herausforderungen für die Hersteller von Isolierstoffen mit sich. Insbesondere die schnellen Spannungssprünge von Umrichtern können die Lebensdauer und Zuverlässigkeit von Isolationsanordnungen beeinflussen. Für die Entwicklung entsprechender Gegenmaßnahmen ist es notwendig, die Auswirkung der Umrichterbelastung auf die Isolierung zu analysieren und durch Modelle abbilden zu können. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung von Versuchsplänen auf Basis statistischer Versuchsplanung (DoE) und der Anwendung mithilfe relevanter statistischer Methoden. Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, dass für das verwendete PEEK-isolierte Material eine Mindestanzahl von 20 bis 25 Proben pro Durchgang notwendig ist. Weiterhin wird gezeigt, dass sich die Messwerte bei Temperaturen ≤ 50 °C nicht mehr durch eine einzelne Verteilungsfunktion abbilden lassen. Die Untersuchung mit einer Wärmebildkamera führt zu der Vermutung, dass die thermische Belastung bei diesen Temperaturen nicht konstant ist und sich daraus eine fehlende Unabhängigkeit der Messwerte ergibt. Final werden Möglichkeiten zum weiteren Umgang mit diesen Abweichungen aufgezeigt.

Abstract

The continuous advancement of power electronics poses new challenges for manufacturers of insulation materials. In particular, the rapid voltage changes generated by inverters can affect the lifetime and reliability of insulation systems. To develop effective countermeasures, it is necessary to analyze and model the impact of the stresses on the insulation. This bachelor thesis focuses on the development of experimental plans based on the design of experiments (DoE) and the application of relevant statistical methods. The results show that a minimum of 20 to 25 samples per run is required for the PEEK-insulated material used in this thesis. Furthermore, it is shown that the lifetimes at temperatures ≤ 50 °C can no longer be represented by a single distribution function. An investigation using a thermal imaging camera suggests that the thermal stress at these temperatures is not constant, resulting in a lack of independence of the measurement values. Finally, possibilities for addressing these deviations are presented.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	III
1 Einleitung	1
1.1 Zielsetzung	1
1.2 Aufbau der Arbeit	2
1.3 Verwendete Software	2
2 Theoretische Grundlagen	3
2.1 Lebensdauer und Zuverlässigkeit	3
2.2 Elektrische Isolierungen	3
2.2.1 Aufbau und Eigenschaften	4
2.2.2 Elektrische Belastung	5
2.2.3 Thermische Belastung	7
2.2.4 Mechanische Belastung	7
2.3 Design of Experiments (DoE)	8
2.3.1 Begriffe	8
2.3.2 Vollfaktorieller Versuchsplan mit zwei Faktorstufen	9
2.3.3 Fraktionell-faktorieller Versuchsplan	10
2.4 Statistische Methoden zur Modellbildung	11
2.4.1 Weibull-Verteilungsfunktion mit zwei Parametern	11
2.4.2 Verallgemeinertes logarithmisch-lineares Weibull-Modell	13
2.4.3 Parameterschätzung	13
2.5 Statistische Methoden zur Modellbeurteilung	14
2.5.1 Konfidenzintervalle der Parameter	14
2.5.2 Signifikanzanalyse	15
2.5.3 Wahrscheinlichkeitsdiagramme	16
2.5.4 Modellauswahl	18
2.5.5 Ausreißertests	20
2.5.6 Monte-Carlo-Methode	21
3 Versuchsaufbau und -durchführung	23
3.1 Übersicht Versuchsaufbau	23
3.2 Definition und Aufnahme der Messwerte	24
3.3 Einstellgrenzen	26

3.4	Durchführung	26
3.4.1	Herstellung der Prüflinge	26
3.4.2	Vorbereitende Messungen vor Versuchsstart	27
3.4.3	Start des Lebensdauerversuchs	28
4	Screening-Versuchsplan	29
4.1	Ziel und Anforderungen	29
4.2	Aufstellung des Versuchsplans	29
4.3	Auswahl der Faktorstufen	30
4.3.1	Thermische Belastung	31
4.3.2	Elektrische Belastung	31
4.3.3	Mechanische Belastung	31
4.3.4	Weitere Einstellgrößen	32
4.3.5	Übersicht Faktorstufen	32
5	Vorläufige Untersuchung und Planrevision	33
5.1	Mangelnde Trennschärfe	33
5.2	Abweichung zur angenommenen Verteilung	36
5.2.1	Alternativer Modellansatz	37
5.2.2	Beurteilung der Modellgüte	38
5.3	Untersuchung der Frühausfälle	41
5.4	Zusätzliche Analyse der Verlustleistung	45
5.5	Beispielhafte Signifikanzanalyse	47
5.6	Zusammenstellung der Ergebnisse	49
6	Modell-Versuch	51
6.1	Ziel und Anforderungen	51
6.2	Optimierter Versuchsplan	51
6.3	Beispielhafte Auswertung	52
7	Fazit und Ausblick	55
	Abbildungsverzeichnis	57
	Tabellenverzeichnis	58
	Abkürzungsverzeichnis	59
	Quellenverzeichnis	61
	Anhang	65

Symbolverzeichnis

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
A		Faktor
AD		Anderson-Darling-Statistik
AD^*		Anderson-Darling-Statistik für geschätzte Parameter
AD_{krit}^*		Kritischer Wert der Anderson-Darling-Statistik
AIC		Akaike-Informationskriterium
$AICc$		Akaike-Informationskriterium, korrigiert
b		Formparameter Weibull-Verteilung
b_1		Erster Formparameter φ_{WM}
b_2		Zweiter Formparameter φ_{WM}
b_{LLG}		Formparameter des LLG
b_{PG}		Formparameter des PG
B		Faktor
BIC		Bayes'sches Informationskriterium
C	F	Kapazität
C		Faktor
E_d	kV/mm	Durchschlagfeldstärke
f	Hz	Frequenz
f_0	Hz	Frequenz bei Lebensdauer L_0
F		Ausfallwahrscheinlichkeit
\hat{F}		Geschätzte Ausfallwahrscheinlichkeit (Median-Rank)
F_{alt}		Ausfallwahrscheinlichkeit unter alter Anordnung
F_{max}		Oberer Grenzwert der Ausfallwahrscheinlichkeit
F_{min}		Unterer Grenzwert der Ausfallwahrscheinlichkeit
F_{neu}		Ausfallwahrscheinlichkeit unter neuer Anordnung
FI		Fisher-Informationsmatrix
H_0		Nullhypothese
H_a		Alternativhypothese
I		Generator
I_q	A	Strom der Spannungsquelle
L	h	Lebensdauer
L_0	h	Lebensdauer bei Frequenz f_0
ℓ		Log-Likelihood

Weiterführung auf nächster Seite

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
\mathcal{L}		Likelihood
LR		Likelihood-Ratio
MAD		Median Absolute Deviation
P_8	W	Verlustleistung
p -Wert		Wahrscheinlichkeit der beobachteten Statistik unter der Nullhypothese
Q_C	var	Kapazitive Blindleistung
r		Mischverhältnis für φ_{WM}
U, U_{pp}	V	Spannung (Spitze-Spitze-Wert)
U_1	V	Effektivwert der Grundschwingung
U_i	V	Effektivwert der i-ten Oberschwingung
U_q	V	Quellenspannung
U_{p+}	V	Spannung (Spitze-Wert, pos. Halbwelle)
U_{p-}	V	Spannung (eingeschwungen, pos. Halbwelle)
R		Zuverlässigkeit, Überlebenswahrscheinlichkeit
$R_{\chi^2_1}$		Zuverlässigkeit der χ^2 -Verteilung mit Freiheitsgrad 1
SE		Standardfehler
THD		Oberwellengehalt
t	h	Zeit
$\tan \delta$		Verlustfaktor
$\tan \delta_i$		Verlustfaktor der i-ten Oberschwingung
W		Wald-Statistik
w		Faktor für positive Konfidenzintervalle
X		Messwert
Y		Zielgröße
\tilde{X}		Median der Werte X
\vec{x}		Vektor der Einflussfaktoren
$Z_{100-(1-\alpha/2)}$		$100 - (1 - \alpha/2)\%$ -Quantil der Standard-Normalverteilung
α		Irrtumswahrscheinlichkeit
β		Koeffizient, allgemein
$\vec{\beta}$		Vektor der Koeffizienten von \vec{x}
β_0		Konstanter Anteil der Regressionsgleichung
β_A		Koeffizient für Faktor A
β_{AB}		Koeffizient für Faktor AB
β_B		Koeffizient für Faktor B
β_f		Koeffizient für Faktor f
$\beta_{LLG,0}$		Konstanter Anteil der Regressionsgleichung des LLG

Weiterführung auf nächster Seite

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
$\beta_{LLG,U}$		Koeffizient für Faktor U des LLG
$\beta_{PG,0}$		Konstanter Anteil der Regressionsgleichung des PG
$\beta_{PG,U}$		Koeffizient für Faktor U des PG
β_U		Koeffizient für Faktor U
β_{ϑ}		Koeffizient für Faktor ϑ
ϵ_r		Relative Permittivität
θ		Parameterraum Verteilungsfunktion
$\hat{\theta}$		Parameterraum Verteilungsfunktion, geschätzt
θ_1		Erster Parameter
$\hat{\theta}_k$		k-ter, geschätzter Parameter
θ_{k0}		k-ter Parameterwert unter der Nullhypothese
$\hat{\theta}_{ku}$		Untere Konfidenzgrenze k-ter, geschätzter Parameter
$\hat{\theta}_{ko}$		Obere Konfidenzgrenze k-ter, geschätzter Parameter
ϑ	°C	Temperatur
ϑ_0	°C	Temperatur bei Lebensdauer L_0
ϑ_G	°C	Glasübergangstemperatur
κ	S/cm	Leitfähigkeit
λ	h	Skalenparameter Weibull-Verteilung
λ_1	h	Erster Skalenparameter φ_{WM}
λ_2	h	Zweiter Skalenparameter φ_{WM}
λ_{LLG}	h	Skalenparameter des LLG
λ_{PG}	h	Skalenparameter des PG
$\Delta\lambda$	h	Differenz Skalenparameter Weibull-Verteilung
ρ		Anzahl der erwarteten Messwerte
σ		Mechanische Belastung
τ	s	Flankensteilheit
φ		Wahrscheinlichkeitsdichte
φ_{W2}		Zwei-parametrische Weibull-Verteilung
φ_{WM}		Gemischte Weibull-Verteilung
ω	rad/s	Kreisfrequenz
ω_i	rad/s	Kreisfrequenz der i-ten Oberschwingung

1 Einleitung

Die Technologie der Leistungselektronik unterliegt einer kontinuierlichen Weiterentwicklung und bringt immer effizientere und leistungsfähigere Systeme hervor. Gleichzeitig steigen die Anforderungen an die eingesetzten Betriebsmittel. Insbesondere Isolationssysteme rotierender Maschinen, Transformatoren und Kabel werden durch den Einsatz von Umrichtern deutlich stärker beansprucht. Die schnellen Spannungssprünge, die Umrichter erzeugen, können die Lebensdauer und Zuverlässigkeit der Isolationsanordnungen erheblich beeinflussen. [1]

Aus diesem Grund stehen die Hersteller von Isolierstoffen vor neuen Herausforderungen [1]. Um diese zu meistern und damit die Betriebssicherheit als auch Effizienz von Isoliersystemen sicherzustellen, ist es notwendig die Auswirkung der Umrichterbelastung auf die Isolierung zu analysieren und entsprechende Gegenmaßnahmen zu entwickeln.

Als Grundlage sind dabei geeignete Modelle für die Lebensdauer essenziell. Durch die Entwicklung akkurater Lebensdauermodelle können Alterungsprozesse besser verstanden und vorhergesagt werden. Diese Informationen können wiederum von Herstellern und Betreibern elektrischer Anlagen genutzt werden, um Ausfallrisiken zu minimieren und eine nachhaltige sowie kosteneffiziente Nutzung sicherzustellen.

Für die empirische Ermittlung eines Lebensdauermodells wurde im Rahmen des ISODyn-Folgeprojektes ein Prüfstand entwickelt, der die Belastung der Isoliermaterialien unter Umrichterbetrieb nachbilden kann [1]. Ziel ist es diesen Versuchsstand zu verwenden, um ein multifaktorielles Alterungsmodell aufzustellen, welches die Lebensdauer unter dem Einfluss relevanter Faktoren beschreiben kann.

1.1 Zielsetzung

Die Aufgabenstellung dieser Arbeit umfasst die Entwicklung von Versuchsplänen mithilfe der statistischen Versuchsplanung (DoE, engl. Design of Experiments). Unter Berücksichtigung der Arbeitsbereiche des Prüfstands, des vorhandenen Versuchsmaterials und den vorgegebenen Belastungsfaktoren sollen Messreihen für verschiedene Anwendungsfälle aufgestellt werden. Gleichzeitig soll die Arbeit eine Leitlinie in der Anwendung relevanter statistischer Methoden bieten, welche an realen Daten aus orientierenden Messungen demonstriert werden. Die erlangten Ergebnisse, aufgetretenen Herausforderungen als auch entwickelten Lösungsansätze stellen final eine Handlungsempfehlung dar und sollen die Grundlage für die Durchführung der Versuchspläne bilden.

1.2 Aufbau der Arbeit

Zur Vorbereitung auf die Inhalte der Arbeit werden in Kapitel 2 die theoretischen Grundlagen behandelt. Hierzu gehören die Beschreibung der unterschiedlichen Belastungen, das Konzept des DoE und die statistischen Methoden, welche die Auswertung von Lebensdauerdaten ermöglichen.

Kapitel 3 beschreibt den Versuchsstand mit seinen Möglichkeiten und Grenzen inklusive der Signaldefinitionen, die in dieser Arbeit verwendet werden.

Das Aufstellen eines ersten Versuchsplans erfolgt in Kapitel 4, welches die Auswahl des Versuchsdesigns und die Einstellwerte der jeweiligen Faktoren erläutert.

In Kapitel 5 werden die Ergebnisse vorläufiger Messungen präsentiert. Teil dieses Kapitels ist ebenfalls die Auswertung mithilfe statistischer Methoden zur Modellbeurteilung.

Hinweise und Herausforderungen, auf die geachtet werden sollte, um einen Versuchsplan für die Modellfindung aufzustellen, werden in Kapitel 6 beschrieben. Hier wird anhand historischer Messreihen zudem das Aufstellen eines Lebensdauermodells für einen einzelnen Faktor gezeigt.

1.3 Verwendete Software

In dieser Arbeit erfolgt die Auswertung mithilfe der beiden Pythonbibliotheken *lifelines* [2] und *reliability* [3]. Sie bieten die Grundlage für die Schätzung der Verteilungsfunktionen und werden bis auf kleine Anpassungen für die Erstellung der Wahrscheinlichkeitsdiagramme verwendet. Weiterhin werden in den Skripten unterstützende Bibliotheken wie *matplotlib*, *numpy* und *pandas* genutzt. Die Implementierung eigener statistischer Funktionen und Methoden lassen sich dem Anhang entnehmen.

2 Theoretische Grundlagen

Das folgende Kapitel behandelt die theoretischen Grundlagen, die für das Verständnis der durchgeführten Versuche und deren Auswertung relevant sind. Zunächst wird ein kurzer Überblick über den Aufbau und die Eigenschaften elektrischer Isolierungen gegeben. Im weiteren Verlauf wird sich auf die Lebensdauer und die typischen Alterungsmechanismen konzentriert. Anschließend erfolgt eine Einführung in das Design of Experiments (DoE), das den Rahmen für die systematische Planung und Analyse der durchgeführten Versuche bildet. Ein besonderer Fokus liegt zum Schluss auf den statistischen Methoden, die bei der Analyse von experimentellen Daten zum Einsatz kommen.

2.1 Lebensdauer und Zuverlässigkeit

Die Zuverlässigkeit beschreibt eine wichtige Produkteigenschaft und ist definiert als „[...] die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Einheit während einer definierten Zeitdauer unter gegebenen Funktions- und Umgebungsbedingungen nicht ausfällt.“ [4, 5] Der Ausfall kann je nach Anwendung eine andere Bedeutung haben, so könnte dabei der komplette oder auch nur ein teilweiser Verlust der Produkteigenschaften gemeint sein. Die genannte Zeitdauer ist ebenfalls nicht immer mit dem Verwendungszweck vereinbar, es kann z. B. sinnvoller sein diese durch die Anzahl von Belastungszyklen zu ersetzen [5].

2.2 Elektrische Isolierungen

Isolierstoffe haben in der Elektrotechnik grundsätzlich die Aufgabe zwei unterschiedliche Potentiale so voneinander zu trennen, dass es zwischen diesen zu keinem Ladungsaustausch kommen kann. Während ihrer Betriebszeit unterliegen Isolierungen je nach Einsatzgebiet verschiedenen Belastungen, welche die elektrischen Eigenschaften negativ beeinflussen und zu einem Totalausfall führen können.

Die im vorherigen Abschnitt beschriebene Lebensdauer bezieht sich in dieser Arbeit auf die Zeit bis zu einem Totalausfall, welcher nach Entstehen eines elektrisch leitfähigen Kanals zwischen den zu isolierenden Elektroden eintritt. Da die Prüflinge mit einer Rechteckspannung belastet werden, könnte als Alternative auch die Anzahl der Flankenwechsel genutzt werden, wodurch jedoch keine Aussage über die elektrische Belastung zwischen diesen Wechseln gemacht werden kann.

Dieses Kapitel wird zunächst einen kurzen Überblick über die für die vorliegende Arbeit relevanten Eigenschaften von Isoliermaterialien geben. Die darauf folgenden Abschnitte

befassen sich mit den typischerweise auftretenden Belastungen, welche über das Akronym TEAM (engl. Thermal Electrical Ambient Mechanical) in vier Kategorien eingeteilt werden [6]. Bis auf die Umgebungseinflüsse (engl. Ambient, z. B. Feuchtigkeit oder Strahlung) wird jede Belastung durch ihren Alterungsmechanismus und die dafür bereits bekannten Lebensdauerformeln beschrieben. An dieser Stelle wird darauf hingewiesen, dass die Koeffizienten der Lebensdauerformeln allgemein als β angegeben werden, dessen Bedeutung sich jedoch einzig auf die jeweilige Gleichung begrenzt.

2.2.1 Aufbau und Eigenschaften

Elektrische Isolierstoffe werden in allen Aggregatzuständen (fest, flüssig und gasförmig) ausgeführt und besitzen dadurch stark variierende Eigenschaften [7]. Diese Arbeit beschäftigt sich ausschließlich mit festen Isolierstoffen aus Kunststoff.

Wie bereits erwähnt, erfüllen Isolierstoffe die Aufgabe, elektrische Potentiale voneinander zu trennen und somit den Austausch von Ladungsträgern bzw. einen Stromfluss zu verhindern. Die beschreibende Eigenschaft ist die spezifische Leitfähigkeit κ eines Materials. Für Hochspannungsanwendungen ist im gleichen Zuge ein weiteres Merkmal von großer Bedeutung: die elektrische Festigkeit E_d . Sie beschreibt die Feldstärke, bis zu welcher das Isoliermaterial belastet werden kann, bevor es zu einem elektrischen Durchschlag und dem dadurch rasant eintretenden Stromanstieg kommt. [7]

Das Verhalten des Dielektrikums in einem elektrischen Wechselfeld kann weiterhin durch seine Polarisierungseigenschaften beschrieben werden. Die relative Permittivität ϵ_r kennzeichnet die Neigung zu dieser Polarisierung und ist ein Maß für die Energie, welche das Dielektrikum im Vergleich zum Vakuum speichern kann. Durch die Reibung beim Ausrichten der Dipole entstehen Verluste, welche zusammen mit den Leitfähigkeitsverlusten die dielektrische Verlustleistung P_δ bilden. Über das Verhältnis der dielektrischen Verlustleistung zu der kapazitiven Blindleistung Q_C wird der Verlustfaktor $\tan \delta$ gebildet. [7]

Ein Großteil der in dieser Arbeit durchgeführten Versuche betreffen Drahtproben mit einer PEEK-Isolierung (Polyetheretherketon), weshalb die wichtigsten Eigenschaften in Tabelle 2.1 vorgestellt werden. PEEK ist ein thermoplastischer Kunststoff, welcher sich durch seine hohe Dauergebrauchstemperatur von 260 °C auszeichnet und hierdurch in technisch anspruchsvollen Isoliersystemen wie Motorwicklungen Anwendung findet [8].

Tabelle 2.1: Elektrische Eigenschaften PEEK [8]

Eigenschaft	Wert
κ	$<10 \cdot 10^{-15} \text{ S/cm}$
E_d	16 kV/mm
ϵ_r	3,2
$\tan \delta$	0,003

2.2.2 Elektrische Belastung

Durch den steigenden Einsatz von Umrichtern in der Ansteuerung von elektrischen Maschinen stellt sich den Isolierungen eine besondere Herausforderung. Aufgrund der rasanten Spannungsimpulse erfahren die Betriebsmittel eine elektrische Belastung, die im Vergleich zu der üblichen sinusförmigen Wechselspannung mit 50 Hz deutlich größer ausfällt. Welche Aspekte der Signalform des Umrichters sich auf Isolierungen belastend auswirken, wird in diesem Abschnitt erläutert.

Die Spannung des Umrichters ist eine bipolare Rechteck-Spannung, welche in ihrer Frequenz, der Amplitude und der Anstiegszeit variiert werden kann. Ein idealisierter Verlauf lässt sich der grün eingefärbten Linie in Abbildung 2.1 entnehmen.

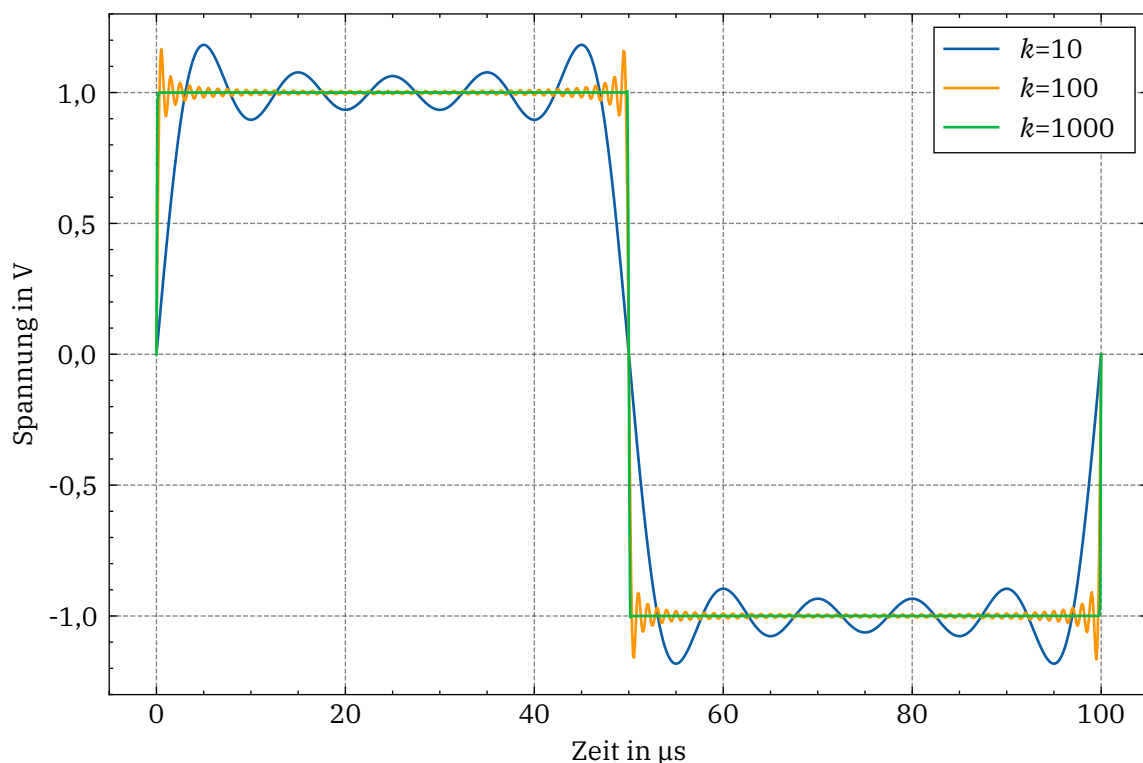


Abbildung 2.1: Verlauf einer beispielhaften Rechteck-Spannung für verschiedene Termanzahlen k der Fourierreihe

Es wurde bereits erläutert, dass dielektrische Verlustleistung durch das Umorientieren der Dipole innerhalb des Materials entsteht. Daraus kann geschlossen werden, dass dieser Vorgang bei höheren Frequenzen zu einer gesteigerten Verlustleistung führt. Dies wird über Gleichung 2.1 abgebildet. Zu erkennen ist der lineare Einfluss durch $\tan \delta$ und der Frequenz f (mit $\omega = 2\pi \cdot f$), als auch die quadratische Abhängigkeit zur Spannung U . Zu beachten ist außerdem, dass der Verlustfaktor exponentiell mit der Temperatur steigt. [7]

$$P_{\text{g}} = U^2 \cdot \omega \cdot C \cdot \tan \delta(\vartheta) = U^2 \cdot \omega \cdot C \cdot \tan \delta_0 \cdot \exp(\beta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)) \quad (2.1)$$

Die gezeigte Gleichung ist begrenzt auf einen sinusförmigen Spannungsverlauf, weshalb sie nicht direkt auf eine Rechteck-Spannung anwendbar ist. Wird die Rechteck-Spannung über eine Fourierreihe in ihre Sinus- und Kosinusanteile zerlegt, so lässt sich über das Prinzip der Superposition die Verlustleistung für jeden Term einzeln bestimmen. Die Summe der Einzelverluste bildet die Gesamtverlustleistung, gezeigt durch Gleichung 2.2. [7]

$$P_8 = \sum_{i=0}^{\infty} U_i^2 \cdot \omega_i \cdot C \cdot \tan \delta_i \quad (2.2)$$

Da eine Rechteck-Spannung erst durch zahlreiche relevante Terme abgebildet wird, kann hieraus gefolgert werden, dass ein solches Signal eine deutlich größere Verlustleistung hervorruft als die 50 Hz Wechselspannung. Zur Veranschaulichung dient Abbildung 2.1, in welcher die Fourierreihen verschiedener Termanzahlen berechnet sind. Der Oberschwingungsgehalt (*THD*, engl. Total Harmonic Distortion) eines Signals kann über Gleichung 2.3 bestimmt werden, wobei U den Effektivwert des Gesamtsignals und U_1 den Effektivwert der Grundschwingung darstellt. [9]

$$THD = \sqrt{\frac{U^2 - U_1^2}{U_1^2}} \quad (2.3)$$

Ein großer Beitrag zu einer reduzierten Lebensdauer wird durch Teilentladungen (TE) verursacht. TE sind elektrische Entladungen, welche nur einen Teil der Isolierstrecke überbrücken und deshalb lokal begrenzt sind. Sie entstehen in inhomogenen Feldanordnungen, welche durch gekrümmte Geometrien oder Sprünge in der Dielektrizitätszahl, wie z. B. Lunker innerhalb der Isolierung hervorgerufen werden. Aufgrund der erhöhten Feldstärke werden freie Ladungsträger so stark beschleunigt, dass ihre Energie zur Ionisierung anderer Atome ausreicht. Dies führt zu einer Zersetzung des Materials und kann durch Lawineneffekte dazu führen, dass sich ein leitfähiger Kanal ausbildet, welcher im Extremfall die Isolierstrecke vollständig überbrückt. TE bilden sich erst ab einer bestimmten Spannungshöhe aus, welche von vielen Faktoren abhängt und als TE-Einsatzspannung (PDIV, engl. Partial Discharge Inception Voltage) bezeichnet wird.

Die Flankensteilheit der Rechteck-Spannung beschreibt, wie lange es dauert bis der Spannungswert nach einem Schaltvorgang seinen Endwert erreicht. Sowohl Oberwellengehalt als auch PDIV werden durch eine größere Flankensteilheit beeinflusst. Besonders kurze Anstiegszeiten (<800 ns) senken dabei die PDIV ab und begünstigen somit das Entstehen von TE, was die Lebensdauer der Isolierstoffe stärker reduziert. [10]

Abschließend werden die bekannten Gleichungen für die Lebensdauer unter elektrischer Belastung angegeben. Zunächst gibt es das weit verbreitete Potenzgesetz (Gleichung 2.4), der exponentielle Ansatz (Gleichung 2.5) kann jedoch ebenfalls bei der Alterung durch TE eingesetzt werden. Beide Ansätze dienen zur Abschätzung der Lebensdauer, wobei für U ebenfalls die elektrische Feldstärke E genutzt werden kann. [6, 7, 11, 12]

$$L(U) = \beta_1 \cdot U^{-\beta_2} \quad (2.4)$$

$$L(U) = \beta_3 \cdot \exp(-\beta_4 \cdot U) \quad (2.5)$$

Einer Näherung für die Auswirkung der Frequenz erfolgt über Gleichung 2.6. Hierbei wird angenommen, dass bei höheren Frequenzen die Anzahl der TE pro Zeit größer und damit die Lebensdauer kleiner ist. [6]

$$L(f) = L_0 \cdot \frac{f_0}{f} = \beta \cdot f^{-1} \quad (2.6)$$

2.2.3 Thermische Belastung

Die dielektrische Verlustleistung entsteht bereits beim Anlegen einer Wechselspannung an den Isolierstoff. Gesteigert wird die thermische Belastung im Betrieb von elektrischen Maschinen durch den notwendigen Strom und die damit verbundenen ohmschen Verluste des Innenleiters. Je nach Anordnung ist die Wärmeabgabe durch konstruktive Gegebenheiten oder eine erhöhte Umgebungstemperatur begrenzt, wodurch sich die Wärme innerhalb der Isolierung stauen kann.

Die thermische Belastung wirkt sich nicht ausschließlich auf die mechanische Beschaffenheit durch Delaminierung und Versprödung aus, sondern führt ebenfalls zu einer Steigerung von Leitfähigkeit und Verlustfaktor. Dies geschieht aufgrund der thermischen Aktivierung, welche Elektronen aus dem Valenzband in das normalerweise schwach besetzte Leitungsband hebt. Das Lebensdauergesetz (Gleichung 2.7) basiert auf dem Arrhenius-Gesetz, das den Zusammenhang zwischen Temperatur und der Reaktionsgeschwindigkeit chemischer Prozesse beschreibt. [6, 7]

$$L(\vartheta) = \beta_1 \cdot \exp(\beta_2/\vartheta) \quad (2.7)$$

2.2.4 Mechanische Belastung

In rotierenden elektrischen Maschinen kann es aufgrund von Vibrationen zum Abrieb und damit einer Verdünnung der Isolierschicht kommen. Diese wird folglich bei gleicher Spannung einer größeren Feldstärke ausgesetzt. Eine Quetschung wirkt sich aufgrund der daraus resultierenden Felderhöhung ebenfalls negativ auf die Lebensdauer aus. Im Zusammenhang mit der Versprödung durch höhere Temperaturen ist zusätzlich die Bildung von Rissen möglich, die wiederum die Isoliereigenschaften stark reduzieren. [6, 7]

Die thermische Belastung besitzt zudem einen besonderen Einfluss auf die mechanischen Eigenschaften der Isolierstoffe. Die charakteristische Materialeigenschaft der Glasübergangstemperatur ϑ_G beschreibt hier einen Grenzwert, ab welchem der Werkstoff von ei-

nem festen, glasharten Zustand in einen weichen, flexiblen übergeht. Dies hat zur Folge, dass oberhalb dieser Temperatur mechanische Eigenschaften wie Festigkeit und Formbeständigkeit beeinträchtigt werden. [13, 14]

Ein allgemein anerkanntes Modell für die Wirkung der mechanischen Belastung σ auf die Lebensdauer elektrischer Isolierungen existiert nicht [6]. Ein erster Ansatz könnte jedoch nach Gleichung 2.8 erfolgen [15].

$$L(\sigma) = \beta_1 \cdot \sigma^{-\beta_2} \quad (2.8)$$

2.3 Design of Experiments (DoE)

Unter statistischer Versuchsplanung (DoE, engl. Design of Experiments) ist allgemein die methodische Herangehensweise in der Entwicklung von Versuchsplänen gemeint. Es wird versucht den Einfluss von ausgewählten Faktoren auf eine Zielgröße systematisch und effizient zu untersuchen. Ausgangslage für die Versuchsplanung kann z. B. ein Optimierungsproblem sein oder der Bedarf nach einem mathematischen Modell, welches den Zusammenhang von Zielgröße und Einflussfaktoren beschreibt. Zu dem Oberbegriff des DoE gehört nicht nur die Entwicklung der Versuchspläne, sondern auch die Verwendung statistischer Methoden, mit denen die Versuchsergebnisse interpretiert und ausgewertet werden können. [16, 17]

Nach einer Einführung zu den verwendeten Begriffen werden Aufbau und Einsatzmöglichkeiten der in dieser Arbeit genutzten Versuchsdesigns beschrieben. Die Auswertungsmethoden des klassischen DoE basieren auf der Grundlage normalverteilter Daten, weshalb auf die statische Behandlung von Lebensdauerdaten in einem separaten Abschnitt eingegangen wird [17].

2.3.1 Begriffe

Durch fest definierte Begriffe und standardisierte Darstellungsweisen wird die Kommunikation der Vorgehensweise erleichtert. Dies ist unter anderem ein Grund für den großen Erfolg der statistischen Versuchsplanung [16]. Um diesen Vorteil zu nutzen, werden auch in dieser Arbeit die Begriffe und Darstellungsweisen des DoE verwendet.

Faktoren sind beim DoE die Einflussgrößen, welche für die Zielsetzung des Versuchs als relevant eingeschätzt werden. Über den Verlauf des Versuchsplans werden sie systematisch variiert, sodass ihre Auswirkung auf die *Zielgröße* untersucht werden kann.

Die *Faktorstufe* (auch *Faktorlevel*) beschreibt die spezifische Einstellung eines Faktors. In einem Versuchsplan mit zwei Faktorstufen wird der Faktor demnach auf zwei verschiedene Werte, wie z. B. 50 °C und 130 °C für die Temperatur, eingestellt. Wird nur der Einfluss auf wenigen Faktorstufen untersucht, ist es üblich diese in dem Versuchsplan zu kodieren. Für

das vorherige Beispiel der Temperatur auf zwei Faktorstufen kennzeichnet $+1$ die obere und -1 die untere Einstellung. [16, 18]

Ein Versuchsplan setzt sich aus mehreren Einzelversuchen zusammen, welche die Einstellungen der einzelnen Faktoren vorgeben. Die eindeutige Zusammensetzung der Faktorlevel wird als *Faktorstufenkombination* bezeichnet und muss insbesondere bei der Untersuchung von Zufallsgrößen mehrfach durchgeführt werden. Die Anzahl der *Replikationen* legt demnach fest, wie oft eine Faktorstufenkombination wiederholt wird. [16, 18]

Wie stark ein Faktor die Zielgröße beeinflusst, wird durch den *Effekt* des Faktors beschrieben. Der Effekt kann sowohl positiv als auch negativ sein. Ob ein Faktor einen relevanten Einfluss hat, wird durch die Größe des Effekts in Bezug auf die Zufallsstreuung beurteilt. Die Untersuchung der Relevanz wird unter dem Begriff der *Signifikanzanalyse* aufgefasst. [18]

Hat ein Faktor einen größeren Einfluss unter der Bedingung, dass ein anderer Faktor auf eine bestimmte Faktorstufe eingestellt ist, so wird dies als *Wechselwirkung* bezeichnet. Eine Visualisierung für die beispielhaften Faktoren A und B mit der Zielgröße Y bietet Abbildung 2.2. In [16] wird hierfür ein anschauliches Beispiel genannt, in welchem der Schallpegel innerhalb eines Raumes mit zwei Fenstern die Zielgröße darstellt. Ist nur jeweils eines der beiden Fenster geschlossen, so lässt sich ungefähr die gleiche Reduktion des Schallpegels beobachten. Sind hingegen beide Fenster geschlossen, ist der Schallpegel deutlich kleiner. Der Effekt eines Fensters ist folglich abhängig von der Faktorstufe des anderen.

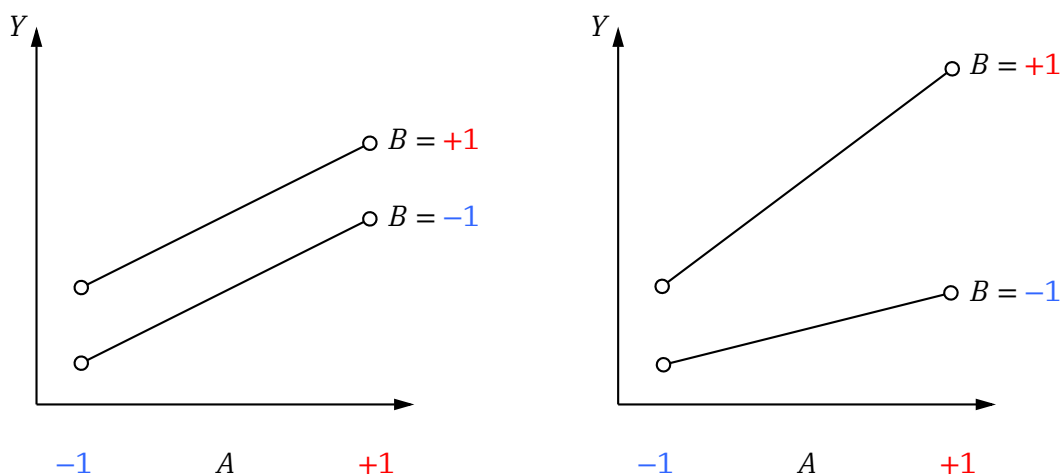


Abbildung 2.2: Faktoren ohne (links) und mit (rechts) Wechselwirkung

2.3.2 Vollfaktorieller Versuchsplan mit zwei Faktorstufen

Bei dem vollfaktoriellen Versuchsplan wird zwischen den einzelnen Durchgängen nur jeweils ein Faktor variiert. Der Versuchsaufwand steigt hierdurch exponentiell mit der Anzahl der Faktoren k und berechnet sich bei einem Versuchsplan mit zwei Faktorstufen

zu 2^k . Tabelle 2.2 zeigt einen beispielhaften Versuchsplan, welcher die drei Faktoren A , B und C auf zwei Faktorstufen untersucht. In der Tabelle sind ebenfalls die Wechselwirkungen der Hauptfaktoren eingetragen. Zu erkennen ist hier, dass die Wechselwirkungen aufgrund des Versuchsmusters klar voneinander und von den Hauptfaktoren getrennt werden können.

Das vollfaktorielle Design wird genutzt, um die Signifikanz von Faktoren und Wechselwirkungen von Systemen zu untersuchen, bei denen Wechselwirkungen im Vorhinein nicht ausgeschlossen werden können. Wenn von einem linearen Verhalten der Einflussfaktoren ausgegangen werden kann, reicht dieser Versuchsplan bereits aus, um ein mathematisches Modell aufzustellen. [16, 19, 20]

Tabelle 2.2: Vollfaktorieller Versuchsplan mit den Hauptfaktoren A , B und C

A	B	C	AB	AC	BC	ABC
+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1

2.3.3 Fraktionell-faktorieller Versuchsplan

Um den Versuchsaufwand deutlich zu verringern, können sogenannte fraktionell-faktorielle Versuchspläne eingesetzt werden. Hier wird das Versuchsmuster einer Wechselwirkung genutzt, um einen weiteren Hauptfaktor in den Versuchsplan aufzunehmen. Werden k Faktoren untersucht und davon j Faktoren über eine Wechselwirkung eingeführt, berechnet sich die Anzahl der Durchgänge zu 2^{k-j} . Das vorherige Beispiel wird nun so angepasst, dass über die Wechselwirkung AB der Faktor C untersucht wird. Der entstehende Versuchsplan ist in Tabelle 2.3 aufgeführt und zeigt, dass im Vergleich zum vorherigen der Versuchsaufwand auf die Hälfte reduziert werden konnte.

Tabelle 2.3: Fraktionell-faktorieller Versuchsplan mit den Hauptfaktoren A , B und C

A	B	C	AC	BC	I
		AB			ABC
+1	+1	+1	+1	+1	+1
-1	+1	-1	+1	-1	+1
+1	-1	-1	-1	+1	+1
-1	-1	+1	-1	-1	+1

Die enorme Einsparung im Versuchsaufwand hat einen erheblichen Einfluss auf die Aussagekraft der Versuchsergebnisse. Da die Effekte von den Hauptfaktoren und den Wechselwirkungen nicht mehr voneinander getrennt werden können, spricht man hier von einer Vermengung.

Der Generator I ist das Produkt aus allen untersuchten Faktoren und ermöglicht mithilfe der Vorschrift $A \cdot A = I$ das Bestimmen der Vermengung. Die Berechnung erfolgt, indem der Faktor mit dem Generator multipliziert wird, nachfolgend gezeigt für den Faktor A . Das Ergebnis lässt sich durch den Vergleich von Spalte A und BC in Tabelle 2.3 bestätigen.

$$\begin{aligned} A \cdot I &= A \cdot A \cdot B \cdot C \\ &= I \cdot B \cdot C \quad | : I \\ A &= BC \end{aligned}$$

Wird ein fraktionell-faktorieller Versuchsplan in Erwägung gezogen, sollte der Aspekt der Vermengung gründlich bedacht werden. Konnte sicher aus bereits vorhandenen Daten oder zugrundeliegendem Wissen eine Wechselwirkung von zwei oder mehreren Faktoren ausgeschlossen werden, bietet dieses Versuchsdesign eine effiziente Alternative bei gleichwertigem Informationsgehalt.

2.4 Statistische Methoden zur Modellbildung

Die Ausfallzeiten elektrischer Isolierungen sind aufgrund der zahlreichen physikalischen Einflüsse nicht konkret berechenbar. Werte wie Durchschlagspannung und Durchschlagzeiten werden deshalb als Zufallsgrößen aufgefasst, was die Verwendung statistischer Methoden erforderlich macht. [6, 7, 21]

Die folgenden Abschnitte beschreiben zunächst die für diese Anwendungsfälle genutzte Weibull-Verteilung. Anschließend wird gezeigt wie sich diese in ihrer Grundform erweitern lässt, um die Nutzung im Kontext eines DoE zu ermöglichen. Darauf folgen die Grundlagen zur Ermittlung und Bewertung von Modellen und ihren Parametern.

2.4.1 Weibull-Verteilungsfunktion mit zwei Parametern

Die Weibull-Verteilung kommt nicht nur in der Hochspannungstechnik zum Einsatz, sondern wird allgemein in der Beschreibung von Zuverlässigkeiten genutzt. Sie gehört zu der Familie der Exponentialverteilungen und wird in der zwei-parametrischen Form durch den Skalenfaktor λ (auch als charakteristische Lebensdauer bezeichnet) und den Formfaktor b beschrieben. Durch b ist es möglich verschiedene Bereiche der Badewannenkurve zu beschreiben, so bildet ein $b < 1$ Frühausfälle, $b = 1$ Zufallsausfälle und $b > 1$ Verschleiß- und Ermüdungsausfälle ab. In dieser Arbeit ist vorrangig die letztgenannte Ausfallart von Relevanz. Abbildung 2.3 zeigt die Dichtefunktion und die Ausfallwahrscheinlichkeit für verschiedene Werte von b .

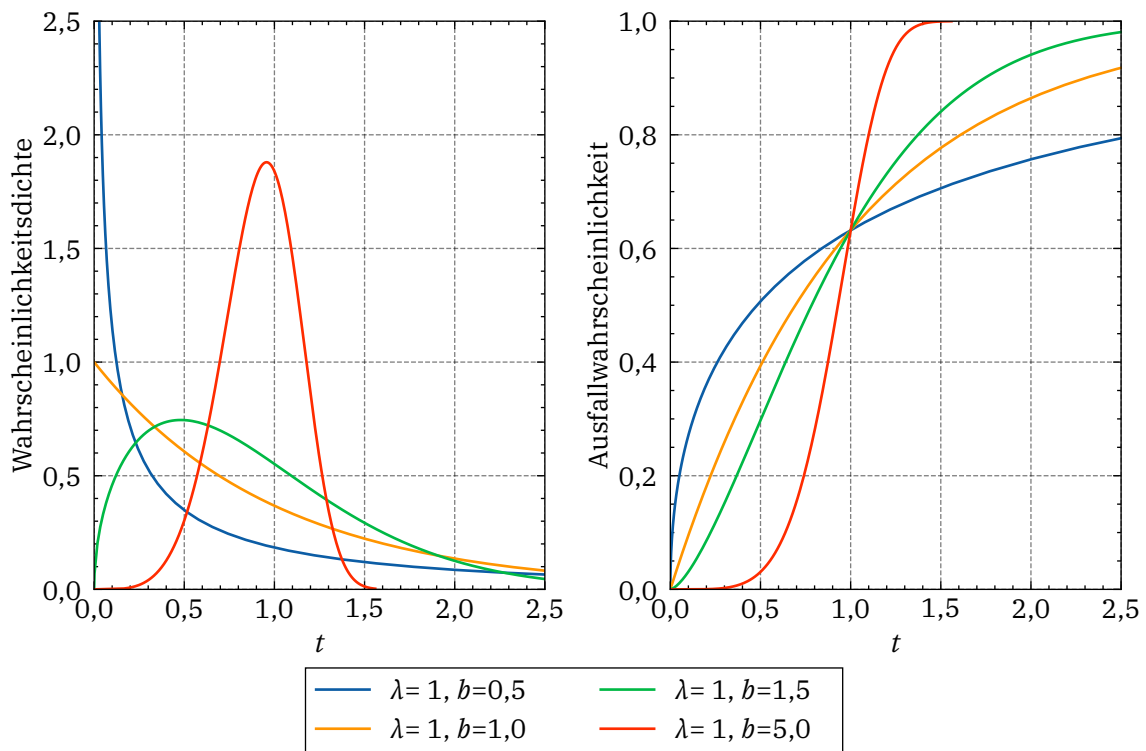


Abbildung 2.3: Dichtefunktion und Ausfallwahrscheinlichkeit der zwei-parametrischen Weibull-Verteilung

Die Weibull-Dichtefunktion φ_{W_2} (Gleichung 2.9) ist ein wichtiger Bestandteil, wenn es darum geht aus Messdaten ihre Parameter zu schätzen. In der Lebensdaueruntersuchung sind vor allem die Funktionen für die Ausfallwahrscheinlichkeit F (Gleichung 2.10) und die Zuverlässigkeit R (Gleichung 2.11) von Interesse. [4, 5, 17, 18]

$$\varphi_{W_2}(t) = \frac{b}{\lambda} \cdot \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{b-1} \cdot \exp\left(-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^b\right) \quad (2.9)$$

$$R_{W_2}(t) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^b\right) \quad (2.10)$$

$$R_{W_2}(t) = \exp\left(-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^b\right) \quad (2.11)$$

Um zu bestimmen, wie lange es dauert, bis ein Anteil der Grundgesamtheit ausfällt, kann die Zuverlässigkeit nach der Lebensdauer t umgestellt werden (Gleichung 2.12). Alternativ kann durch die Beziehung $F(t) = 1 - R(t)$ ermittelt werden, wie lange ein bestimmter Anteil nicht ausfällt, also einer Belastung standhält.

$$t = \lambda \cdot (-\ln R)^{1/b} = \lambda \cdot (-\ln(1 - F))^{1/b} \quad (2.12)$$

2.4.2 Verallgemeinertes logarithmisch-lineares Weibull-Modell

Die gezeigte Form der Weibull-Verteilung kann genutzt werden, um die Lebensdauer der Isolierung unter einer Einstellung von Stressoren zu beschreiben. Möchte man jedoch ein Modell finden, welches die Lebensdauer in Abhängigkeit dieser Stressoren mathematisch unter unterschiedlichen Einstellungen beschreibt, ist es notwendig weitere Faktoren in das Modell aufzunehmen.

Wie unter 2.4.1 erklärt, stellt der Parameter b die Art der Ausfälle dar und sollte somit über alle Durchgänge des Versuchs annähernd konstant bleiben. Da versucht wird ein Modell für die Lebensdauer zu finden, werden weitere Parameter so in dem Modell ergänzt, dass sie diese beeinflussen. Die charakteristische Lebensdauer λ wird hierfür nicht mehr als ein einzelner Wert gesehen, sondern durch eine Regressionsgleichung ersetzt. Stressoren haben meistens einen exponentiellen Einfluss und interagieren überwiegend multiplikativ. Um dies zu berücksichtigen, wird die Regressionsgleichung durch eine entsprechende Transformation abgeändert. [6, 11, 18, 22]

Man erhält das verallgemeinerte logarithmisch-lineare Modell (engl. Generalized Logarithmic Linear Model, GLLM) in Gleichung 2.13. Durch dieses Modell werden k Einflussfaktoren x_j mit den dazugehörigen Koeffizienten β_j abgebildet. [2, 17, 22]

$$\lambda = \exp\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j \cdot x_j\right) \quad (2.13)$$

Im Anwendungsfall des DoE repräsentieren die Einflussfaktoren x die Hauptfaktoren und Wechselwirkungen. Wird ein vollfaktorieller Versuchsplan mit zwei Faktoren angesetzt, lautet die Regressionsgleichung demnach:

$$\lambda = \exp(\beta_0 + \beta_A \cdot A + \beta_B \cdot B + \beta_{AB} \cdot A \cdot B).$$

2.4.3 Parameterschätzung

Um die Parameter für die Verteilungsfunktion zu finden, gibt es verschiedene Vorgehensweisen, wie die oft genutzte Methode der kleinsten Fehlerquadrate oder auch die Momentenmethode. In diesem Abschnitt wird sich auf die Maximum-Likelihood-Schätzung konzentriert, da diese gegenüber den vorherigen Methoden bevorzugt und standardmäßig in der verwendeten Software genutzt wird. [2, 3, 23]

Das Verfahren der Maximum-Likelihood-Schätzung (MLE, engl. Maximum-Likelihood-Estimation) beruht darauf, die sogenannte Likelihood-Funktion zu bilden und diese zu maximieren. Die Likelihood-Funktion \mathcal{L} (Gleichung 2.14) wird aus dem Produkt der Verteilungsfunktion φ mit dem Parameter θ und den n beobachteten Werten X gebildet. Durch Logarithmieren der Likelihood-Funktion wird das Produkt zu einer Summe und es entsteht die Log-Likelihood-Funktion ℓ (Gleichung 2.15). Wird nun der Parameter θ variiert,

beschreibt das Ergebnis der Likelihood-Funktion, wie treffend dieser Parameterwert die beobachteten Werte abbildet.

$$\mathcal{L}(\theta) = \prod_{i=1}^n \varphi(\theta, X_i) \quad (2.14)$$

$$\ell(\theta) = \ln \mathcal{L}(\theta) = \sum_{i=1}^n \ln \varphi(\theta, X_i) \quad (2.15)$$

Um das Maximum der Likelihood zu finden, also den Wert für θ , welcher die höchste Wahrscheinlichkeit aufweist die beobachteten Werte abzubilden, kann die Ableitung der Likelihood- oder Log-Likelihood-Funktion gebildet, null gesetzt und anschließend nach θ gelöst werden (Gleichung 2.16 bzw 2.17).

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \ell(\theta|X) \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ell(\theta|X) = 0 \quad (2.17)$$

Die bisher gezeigte allgemeine Form der MLE beschreibt θ als einzelnen Wert, welcher jedoch auf beliebige Anwendungsfälle angepasst werden kann. So ist es möglich θ als einen Vektor von mehreren Parametern zu definieren (Gleichung 2.18). Für eine zwei-parametrische Weibull-Verteilung würde sich θ demnach aus dem Formfaktor b und dem Skalenfaktor λ zusammensetzen. Wird eine Verteilungsfunktion auf Basis des GLLM geschätzt, ersetzt sich λ durch die entsprechenden Koeffizienten. Die Maxima der Likelihood-Funktion müssen in diesen Fällen über partielle Ableitungen für jeden Parameter separat gefunden werden. [5, 17]

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

2.5 Statistische Methoden zur Modellbeurteilung

Nach erfolgter Schätzung einer Verteilungsfunktion ist es notwendig diese in ihrer Güte beurteilen zu können. Die in dieser Arbeit genutzten Methoden finden sich in den nächsten Abschnitten wieder und ermöglichen die Beurteilung einzelner Parameter über die Signifikanzanalyse bis hin zur Modellauswahl.

2.5.1 Konfidenzintervalle der Parameter

Die Konfidenzintervalle, der durch die MLE geschätzten Parameter, werden über die inverse Fisher-Informationsmatrix FI (Gleichung 2.19) berechnet. Die Standardfehler SE der geschätzten Parameter befinden sich auf der Hauptdiagonalen dieser Matrix (Gleichung 2.20). [18, 22]

$$FI(\hat{\theta}) = \left[-\frac{\partial^2 \ell(\theta|\mathcal{X})}{\partial \theta^2} \right]^{-1} \quad (2.19)$$

$$SE(\hat{\theta}_k) = \sqrt{[FI(\hat{\theta})]_{kk}} \quad (2.20)$$

Unter der Annahme, dass die Schätzung der MLE einer Normalverteilung näherungsweise folgt, berechnen sich die Wald-Konfidenzintervalle mit Gleichung 2.21. $Z_{1-\alpha/2}$ steht für das $100 - (1 - \alpha/2)\%$ -Quantil und kann über die inverse Standard-Normalverteilung ermittelt werden. Für ein beidseitiges Vertrauensintervall von 95% ($\alpha = 0,05$) ergibt sich $Z_{97,5} = 1,96$. [5, 18, 22]

$$[\hat{\theta}_{ku}, \hat{\theta}_{ko}] = \hat{\theta}_k \pm Z_{1-\alpha/2} \cdot SE(\hat{\theta}_k) \quad (2.21)$$

Eine alternative Berechnung der Konfidenzintervalle kann angewendet werden, wenn die Parameter von θ nur positive Werte annehmen können, wie z. B. die charakteristische Lebensdauer λ der Weibull-Verteilung. Die Gleichung 2.22 bietet eine stärkere Näherung der Konfidenzintervalle und stellt gegenüber Gleichung 2.21 zugleich sicher, dass die untere Grenze des Konfidenzintervalls ausschließlich positive Werte annimmt. [3, 22]

$$[\hat{\theta}_{ku}, \hat{\theta}_{ko}] = [\hat{\theta}_k/w, \hat{\theta}_k \cdot w] \quad \text{mit} \quad w = \exp(Z_{1-\alpha/2} \cdot SE(\hat{\theta}_k)/\hat{\theta}_k) \quad (2.22)$$

2.5.2 Signifikanzanalyse

Bei der Signifikanzanalyse wird unter der Berücksichtigung einer festgelegten Irrtumswahrscheinlichkeit α überprüft, ob ein Parameter bzw. ein Term eines Modells einen relevanten Einfluss auf das Ergebnis hat. [18, 22, 23]

Im Allgemeinen wird das Verfahren der Hypothesentests genutzt, bei welchem zunächst davon ausgegangen wird, dass die sogenannte Nullhypothese H_0 wahr, die Alternativhypothese H_a hingegen unwahr ist. Die Nullhypothese ist in diesem Anwendungsfall die Annahme, dass der Term eines Modells keinen Einfluss auf das Ergebnis hat, der wahre Parameter also den Wert Null besitzt. [18, 22, 24]

Um anschließend zu überprüfen, ob die Nullhypothese ausreichend sicher widerlegt werden kann, muss zuerst eine Teststatistik berechnet werden. Die in dieser Arbeit verwendete Software nutzt die Wald-Statistik (Gleichung 2.23) [2]. Diese Teststatistik folgt einer χ^2 -Verteilung, weshalb der sogenannte *p-Wert* mit Gleichung 2.24 bestimmt wird. Er beschreibt, wie wahrscheinlich das Ergebnis des ermittelten Statistikwertes ist, unter der Annahme, dass die Nullhypothese wahr ist. [4, 16, 22]

$$W = \frac{(\hat{\theta}_k - \theta_{k0})^2}{[FI(\hat{\theta})]_{kk}} \quad (2.23)$$

$$p\text{-Wert} = R_{\chi_1^2}(W) \quad (2.24)$$

Liegt der p -Wert unterhalb des Signifikanzniveaus α , kann unter Berücksichtigung der Irrtumswahrscheinlichkeit davon ausgegangen werden, dass die Nullhypothese widerlegt werden kann, der Parameter also im finalen Modell berücksichtigt werden sollte.

2.5.3 Wahrscheinlichkeitsdiagramme

Zur weiteren Beurteilung der geschätzten Verteilungsfunktion können Wahrscheinlichkeitsdiagramme genutzt werden. Durch geeignete Transformation der Achsen liegen die Datenpunkte bei der richtig gewählten Verteilungsfunktion auf einer Geraden. Ziel ist es demzufolge, die jeweilige Verteilungsfunktion so umzuformen, dass diese in der Form eines linearen Zusammenhangs $y = m \cdot x + a$ vorliegt. Die Diagramme zeigen dabei die kumulierte Wahrscheinlichkeitsdichte bzw. im Falle der Lebensdaueruntersuchung die Ausfallwahrscheinlichkeit F . Wird das Wahrscheinlichkeitsdiagramm für die Weibull-Verteilung erstellt, erfolgt die Linearisierung auf Grundlage von Gleichung 2.10, wessen entsprechende Transformation in Gleichung 2.25 gezeigt wird. [3, 4, 25]

$$\ln(-\ln R) = b \cdot \ln t - b \cdot \ln \lambda \quad (2.25)$$

Ist das Wahrscheinlichkeitsdiagramm erzeugt, können die ermittelten Werte in dieses eingetragen werden, wozu die vertikalen Positionen bestimmt werden müssen. Da lediglich die Ausfallzeiten für sich vorhanden sind, müssen die dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten abgeschätzt werden. Hierzu wird die Median-Rank-Methode genutzt, welche die Median-Wahrscheinlichkeit eines Messpunktes in Abhängigkeit seiner Rangordnung i und der Anzahl der Messwerte n bestimmt. Bevor die Gleichung angewendet wird, müssen die Messwerte deshalb ihrer Größe nach aufsteigend sortiert werden. Die Median-Wahrscheinlichkeit kann alternativ über die inverse Beta-Verteilung berechnet werden, was jedoch rechenaufwendig ist und deshalb von zahlreichen Softwarelösungen durch verschiedene Annäherungen ersetzt wird. Die Annäherung nach Bernhard (Gleichung 2.26) ist hier weit verbreitet. Abbildung 2.4 (links) zeigt ein Beispiel für ein Weibull-Wahrscheinlichkeitsdiagramm mit Messwerten nach der Median-Rank-Methode. [3, 5, 25, 26]

$$\hat{F}(t_i) \approx \frac{i - 0,3}{n + 0,4} \quad (2.26)$$

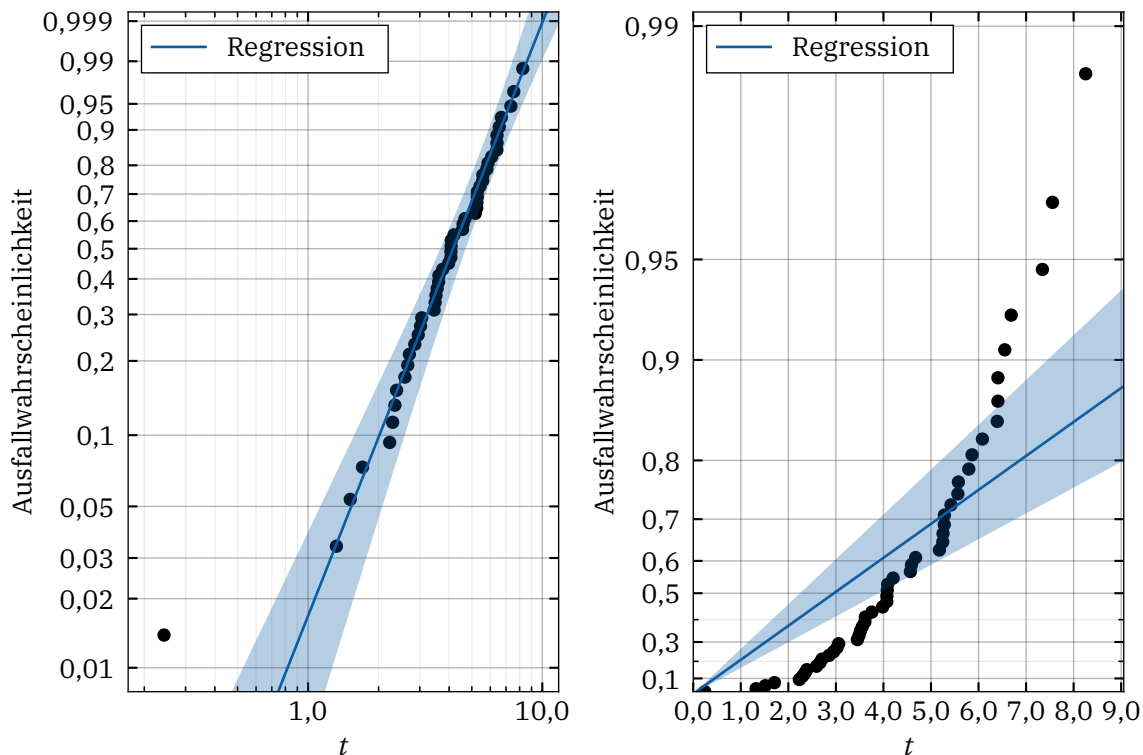


Abbildung 2.4: Wahrscheinlichkeitsdiagramm für Weibull- und Exponentialverteilung

Die blau hinterlegten Bereiche in der Abbildung stellen die 95 %-Vertrauensintervalle dar. Sie werden über die sogenannte Delta-Methode aus den Standardfehlern der beteiligten Verteilungsparameter gebildet und veranschaulichen die Region, in der die wahre Verteilungsfunktion mit dem entsprechenden Vertrauensintervall liegt. In dieser Arbeit werden ausschließlich Vertrauensintervalle mit einem Niveau von 95 % verwendet, weshalb auf einen gesonderten Hinweis für die jeweiligen Abbildungen verzichtet wird. [17, 22]

Die Wahrscheinlichkeitsdiagramme dienen ebenfalls dazu eine visuelle Einschätzung der Anpassungsgüte der jeweiligen Verteilung zu erhalten. Als Beispiel wurden für Abbildung 2.4 50 zufällige Datenpunkte einer Weibull-Verteilung generiert. Im linken Teil des Diagramms sind die Punkte in ein Weibull-, im rechten in ein Exponential-Wahrscheinlichkeitsdiagramm eingetragen. Die blaue Linie zeigt die jeweilige Schätzung für die entsprechende Verteilungsfunktion.

Erwartungsgemäß bilden die Regressionen in ihrem jeweiligen Diagramm eine Gerade. Die Datenpunkte hingegen liegen lediglich in dem linken Diagramm auf einer Linie, wodurch bei einer Auswertung der richtige Schluss gezogen werden würde, dass die Daten aus einer Weibull-Verteilung stammen.

2.5.4 Modellauswahl

Bei dem im Abschnitt 2.5.3 gezeigten Beispiel ist die Entscheidung über das besser geeignete Modell offensichtlich. Es ist jedoch möglich, dass die visuelle Überprüfung nicht eindeutig ausfällt oder es nur kleine Anzeichen für ein unpassendes Modell gibt. In diesen Fällen können die zu untersuchenden Modelle mit Gütekriterien bewertet werden, ohne dass eine visuelle Interpretation notwendig ist. [27]

Verfahren, welche die Modellgüte anhand von konkreten Werten beurteilen, können in zwei Kategorien unterteilt werden. In der ersten finden sich solche wieder, die verschiedene Modelle untereinander vergleichen und dabei unterstützen das bessere Modell zu wählen. Die Ergebnisse dieser Gütekriterien besitzen ihre Aussagekraft jedoch nur im Vergleich und bilden isoliert gesehen keine Entscheidungsgrundlage. Im Gegensatz dazu können Verfahren aus der zweiten Kategorie eingesetzt werden. Die Bewertung der Modelle erfolgt hierbei nicht relativ zueinander, sondern liefert eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit, dass die beobachteten Werte von dem untersuchten Modell stammen. [27]

Likelihood-Ratio-Test

Bei einem Likelihood-Ratio-Test (LRT) können zwei verschachtelte Modelle, ein restriktives mit einem vollen, miteinander verglichen werden. Der LRT kann unter anderem zur Signifikanzanalyse verwendet werden, wobei das volle Modell $\mathcal{L}(\hat{\theta})$ den zu untersuchenden Parameter beinhaltet, das restriktive $\mathcal{L}(\hat{\theta}_0)$ hingegen nicht. Unter der Nullhypothese wird davon ausgegangen, dass der Informationsgehalt durch den zusätzlichen Parameter signifikant zunimmt. Das Ergebnis der Likelihood-Ratio (LR , Gleichung 2.27) kann mit der χ^2 -Verteilung abgeglichen werden, um den dazugehörigen p -Wert zu erhalten und einen Hypothesentest durchzuführen. [18]

$$LR = -2 \cdot \ln \left(\frac{\mathcal{L}(\hat{\theta}_0)}{\mathcal{L}(\hat{\theta})} \right) = -2 \cdot \ln (\ell(\hat{\theta}_0) - \ell(\hat{\theta})) \quad (2.27)$$

Mithilfe des LRT können zudem Aussagen getroffen werden, ob es sinnvoll ist ein Modell anzunehmen, welches die Daten in zwei separate, aber gleiche Verteilungsfunktionen aufteilt. Die Vorgehensweise wird dabei nicht verändert, lediglich die Berechnung der Likelihoodwerte unterscheidet sich. Für den Zähler addieren sich die Likelihoodwerte der separaten Verteilungen, im Nenner wird der Likelihoodwert des Modells mit einer gemeinsamen Verteilung eingesetzt. [16, 23, 27]

AIC(c) und BIC

Da eine Auswahl, welche nur auf dem Ergebnis der Likelihood-Funktion basiert, grundsätzlich immer ein komplexeres Modell bevorzugen würde, gibt es Informationskriterien,

die über einen Strafterm helfen ein Optimum zwischen Komplexität und Informationsgehalt zu finden. Beispiele sind das Akaike-Informationskriterium (*AIC*, engl. Akaike Information Criterion) und das Bayes'sche Informationskriterium (*BIC*, engl. Bayesian Information Criterion), gezeigt in den Gleichungen 2.28 und 2.29.

$$AIC = -2 \cdot \ell(\hat{\theta}) + 2 \cdot \dim(\theta) \quad (2.28)$$

$$BIC = -2 \cdot \ell(\hat{\theta}) + \ln(n) \cdot \dim(\theta) \quad (2.29)$$

Das klassische *AIC* berücksichtigt nicht die Anzahl der Messwerte, wie das *BIC* bereits in seiner Grundform. Um auch diese mit in das Ergebnis einfließen zu lassen, kann ein Korrekturterm eingeführt werden, wodurch man das korrigierte *AIC* (*AICc*, engl. *AIC corrected*) erhält (Gleichung 2.30).

$$AICc = AIC + \frac{2 \cdot \dim(\theta) \cdot (\dim(\theta) + 1)}{n - \dim(\theta) - 1} \quad (2.30)$$

Das *BIC* bevorzugt gegenüber dem *AICc* tendenziell ein simpleres Modell, was bei der Untersuchung von einem bereits komplexen Modell vorteilhaft ist [27, 28]. Auch in dieser Arbeit muss potenziell von vielen Parametern ausgegangen werden, weshalb das *BIC* dem *AICc* als Entscheidungsgrundlage vorgezogen wird. Dies hat den zusätzlichen Vorteil, dass die Konfidenzintervalle für die geschätzten Parameter bei einem einfacheren Modell kleiner ausfallen.

Anderson-Darling-Test

Der Anderson-Darling-Test (ADT) ist eine Möglichkeit zu beurteilen, ob die beobachteten Werte X aus der angenommenen Verteilung F stammen. Bei der Berechnung der Anderson-Darling-Statistik (AD , Gleichung 2.31) liegen die Werte ihrer Größe nach sortiert vor und fließen über einen gewichteten Mittelwert in das Ergebnis ein. Der ADT erfolgt, indem der berechnete Statistikwert mit einer kritischen Grenze abgeglichen wird. Diese kritischen Werte sind für verschiedene Signifikanzniveaus α in Tabellen für unterschiedliche Verteilungsfunktionen verfügbar, wie z. B. [29]. Sind keine kritischen Werte für die untersuchte Verteilung vorhanden, können diese über eine Monte-Carlo-Simulation (Abschnitt 2.5.6) ermittelt werden. Das Vorgehen ist damit analog zu der Signifikanzanalyse, wobei beim ADT unter der Nullhypothese angenommen wird, dass die beobachteten Werte der untersuchten Verteilung entnommen sind. Liegt der Statistikwert über der jeweiligen Grenze, so wird diese Nullhypothese mit der entsprechenden Irrtumswahrscheinlichkeit abgelehnt. [17, 24, 30]

$$AD = -n - \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{n} \cdot \left[\ln F(X_i) + \ln(1 - F(X_{n+1-i})) \right] \quad (2.31)$$

Die Gleichung für die AD -Statistik setzt voraus, dass die Parameter der Verteilungsfunktion bekannt sind. Ist dies nicht der Fall, weil diese durch Schätzung auf Basis der Messwerte ermittelt wurden, wird die AD -Statistik um einen Korrekturfaktor erweitert (Gleichung 2.32).

$$AD^* = AD \cdot \left(1 + \frac{0,75}{n} + \frac{2,25}{n^2}\right) \quad (2.32)$$

2.5.5 Ausreißertests

Da die Parameterschätzung durch die MLE auf den Messwerten basiert, hat die Qualität dieser einen großen Stellenwert. Ausreißer haben auf die Ergebnisse der MLE einen starken Einfluss, wodurch die Klassifizierung und Entfernung derartiger Messwerte notwendig ist. Ein allgemeiner Ansatz zur Ermittlung von Ausreißern erfolgt durch den Mittelwert und bestimmte Vielfache der Standardabweichung einer Stichprobe, was jedoch eine normalverteilte Grundgesamtheit voraussetzt und sich sensitiv gegenüber großen Ausreißern zeigt. Die erste Methode in diesem Ansatz nutzt aus diesem Grund den Median als zentrale Größe, welcher robuster bei dem Vorhandensein von Extremwerten ist als der Mittelwert. Eine zweite Methode wird ebenfalls vorgestellt, welche rechenaufwendiger ist, jedoch verteilungsunabhängig und somit auch für schiefe Verteilungsfunktionen geeignet ist. [31]

Median Absolute Deviation

Analog zur Standardabweichung kann mithilfe der absoluten Abweichung zum Median (MAD , engl. Median Absolute Deviation) die Ausreißerbewertung vorgenommen werden. Die MAD ist mit wenig Rechenaufwand verbunden und weit verbreitet in der Analyse von Ausreißertests. Zur Berechnung werden zunächst die Abweichungen der Messwerte gegenüber dem Median \tilde{X} bestimmt. Die MAD ist dann durch den Median dieser Abweichungen gegeben (Gleichung 2.33). Über den Faktor k werden anschließend die oberen und unteren Grenzwerte festgelegt, für Auswertungen in dieser Arbeit wird ein Wert von 3 genutzt. Messwerte, die außerhalb der Grenzen liegen, werden als Ausreißer klassifiziert (Ungleichung 2.34) [31].

$$MAD = \text{median}(X_i - \tilde{X}) \quad (2.33)$$

$$\tilde{X} - k \cdot MAD < X_i < \tilde{X} + k \cdot MAD \quad (2.34)$$

Verteilungsunabhängiger Ausreißertest

Eine andere Möglichkeit Extremwerte zu untersuchen wird in [32] (Methode I), nachfolgend als M1L, präsentiert. Hierbei wird ein Kernbereich an Messwerten ausgewählt, welcher zur Schätzung einer Verteilungsfunktion genutzt wird. Die Verteilungsfunktion wird dann verwendet, um Grenzen für den Ausschluss von Messwerten zu bestimmen.

Zunächst wird die vorläufige Verteilungsfunktion auf Basis einer reduzierten Anzahl von Messwerten geschätzt. Ausgewählt werden diese über ihre Median-Rank Wahrscheinlichkeit und die Grenzwerte F_{\min} und F_{\max} (Gleichung 2.35). Die Schwellwerte zur Klassifizierung von Ausreißern können nun über die inverse Wahrscheinlichkeitsfunktion F^{-1} bestimmt werden. Dafür notwendig ist die Wahrscheinlichkeit, ab welcher eine bestimmte Anzahl an Messwerten erwartet wird, gegeben durch das Verhältnis von dem Parameter ρ zu der Anzahl der Messwerte N . Wenn $\rho < 1$, wird folglich der Grenzwert gesucht, unter welchem von weniger als einem Messwert ausgegangen wird. Sollte ein Messwert unterhalb dieser Grenze liegen, wird er als Ausreißer klassifiziert (Ungleichung 2.36). Analog wird diese Auswahl am oberen Ende der Verteilungsfunktion durchgeführt.

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \ell(\theta | \{X_i \in x | F_{\min} \leq \hat{F}(X_i) \leq F_{\max}\}) \quad (2.35)$$

$$F^{-1}\left(\frac{\rho}{N} \mid \hat{\theta}\right) < X_i < F^{-1}\left(1 - \frac{\rho}{N} \mid \hat{\theta}\right) \quad (2.36)$$

In dieser Arbeit werden die Werte $\rho = 0,5$, $F_{\min} = 0,1$ und $F_{\max} = 0,9$ nach [32] verwendet. Abgewichen wird lediglich bei der Schätzung von \hat{F} , da hier die in Gleichung 2.26 vorgestellte Näherung für den Median-Rank genutzt wird. [32]

2.5.6 Monte-Carlo-Methode

Das Ziel der Monte-Carlo-Methode liegt in der Annäherung und Ermittlung von statistischen Größen durch Zufallssimulationen. Eingesetzt werden kann die Methode in zahlreichen Anwendungsfällen von physikalischen Prozessen bis hin zu Wirtschaft und Finanzwesen. Rechnergestützte Pseudo-Zufallszahlen werden hierbei je nach Problemstellung generiert und ermöglichen die Annäherung selbst bei komplexen Problemen. Sind die Zufallszahlen generiert, können die gesuchten Größen wie z. B. der Erwartungswert oder eine Teststatistik berechnet werden. Die Durchgänge in einer Monte-Carlo-Simulation (MCS) werden oft tausendfach wiederholt, wobei eine größere Anzahl an Durchgängen eine Steigerung der Genauigkeit verspricht, der Rechenaufwand jedoch ebenfalls entsprechend zunimmt. [33]

3 Versuchsaufbau und -durchführung

Der für die Lebensdauerversuche zur Verfügung stehende Prüfstand wurde im Rahmen des ISODyn-Folgeprojektes von der Hochschule Hannover zusammen mit Saxogy und Axalta entwickelt [34]. Die folgenden Abschnitte beschreiben zunächst den grundlegenden Versuchsaufbau und die verwendeten Signaldefinitionen. Hierauf folgen die Möglichkeiten und Einschränkungen des Prüfstands mit einer abschließenden Erläuterung des Ablaufs einer Lebensdaueruntersuchung.

3.1 Übersicht Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus zwei separaten Bestandteilen. Ein Teil setzt sich aus einem 19 Zoll Schrank und diversen Einschüben für Steuerung, Umrichter und DC-Quelle zusammen. Ein Industrieofen bildet den zweiten Teil und ermöglicht mithilfe einer seitlichen Durchführung die elektrische Verbindung zwischen Prüflingen und Umrichter. Der elektrische Stress wird mittels einer Siliziumcarbid-Vollbrücke erzeugt und simuliert den Umrichterbetrieb unter einer bipolaren Rechteck-Spannung. Eine schematische Darstellung des Versuchsaufbaus veranschaulicht Abbildung 3.1, der tatsächliche Prüfstand wird in Abbildung 3.2 gezeigt.

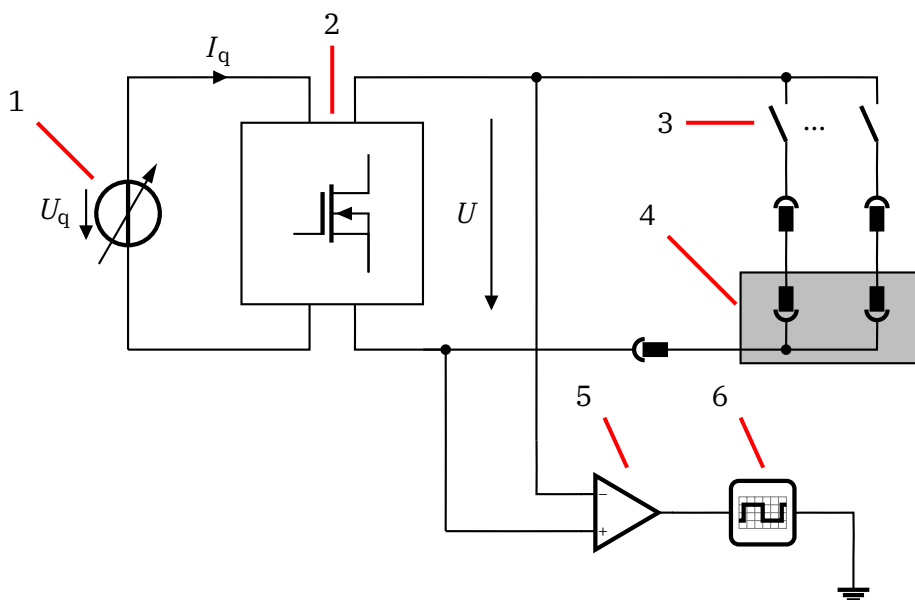


Abbildung 3.1: Schematischer Versuchsaufbau mit (1) DC-Spannungsquelle, (2) Umrichter, (3) Kontakte zur Feststellung der Ausfälle, (4) Industrieofen mit Prüflingen, (5) differentieller Tastkopf und (6) Oszilloskop

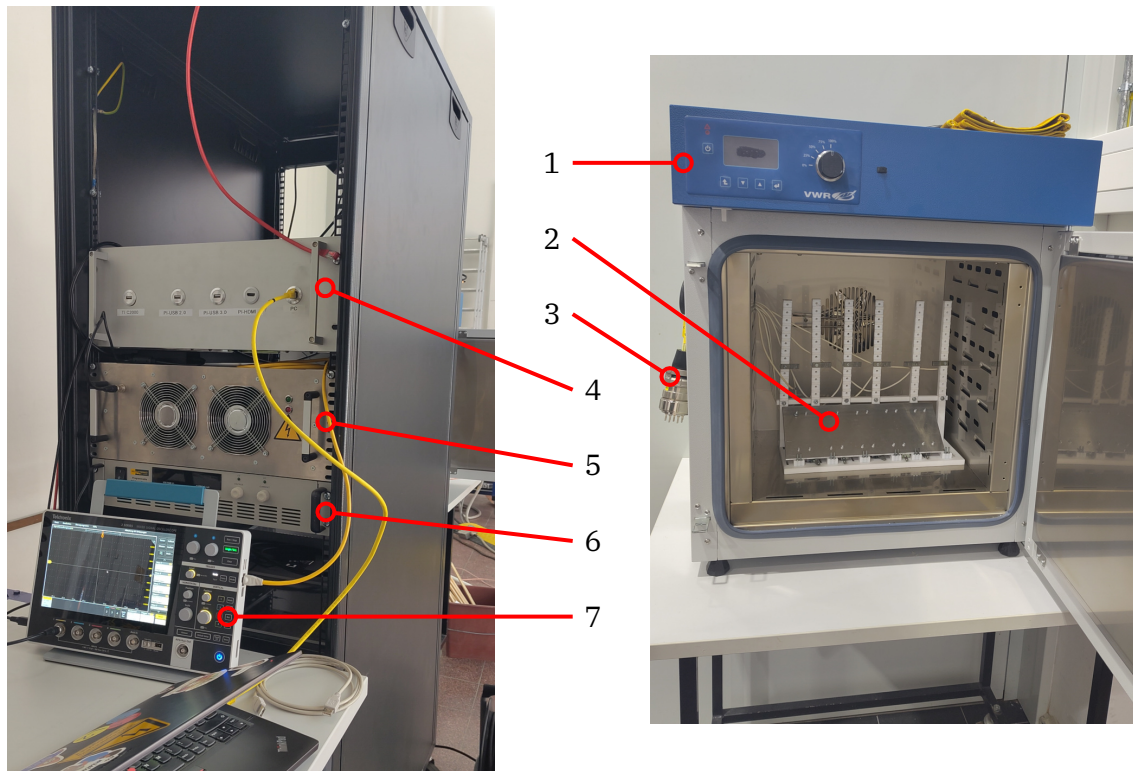


Abbildung 3.2: Versuchsaufbau bestehend aus (1) Industrieofen, (2) Prüflingshalterung, (3) Verbindung zum Umrichter, (4) Einschub Steuerungstechnik, (5) Umrichter, (6) DC-Spannungsquelle und (7) Oszilloskop

Innerhalb des Ofens werden die Prüflinge zwischen zwei Aluminiumplatten eingespannt. Die Platten bilden das Gegenpotential zu dem Innenleiter der Drähte, wodurch die elektrische Belastung der Isolierungen entsteht. Eine Kunststoffkonstruktion dient dazu den geerdeten Innenraum des Ofens gegenüber der Plattenanordnung zu isolieren und bietet gleichzeitig eine einfache und reproduzierbare Montage dieser über Sammelschienenklemmen. Mithilfe der Anordnung können so bis zu fünf Prüflinge gleichzeitig unter thermischer und elektrischer Belastung untersucht werden.

3.2 Definition und Aufnahme der Messwerte

Über die Weboberfläche des Versuchsaufbaus werden regelmäßig Messwerte von dem Oszilloskop abgerufen und gespeichert, wodurch die Eigenschaften der Spannung über den Verlauf der Messung auch im Nachhinein analysiert werden können. Aufgenommen werden mehr Größen als für diese Arbeit notwendig sind, weswegen an dieser Stelle lediglich auf die relevante Teilmenge an Messwerten eingegangen wird.

Zur Veranschaulichung dient Abbildung 3.3, in welcher eine Periode eines schematischen Signalverlaufs dargestellt wird. Zu erkennen ist, dass die Spannungshöhe gleich über mehrere Werte definiert werden kann.

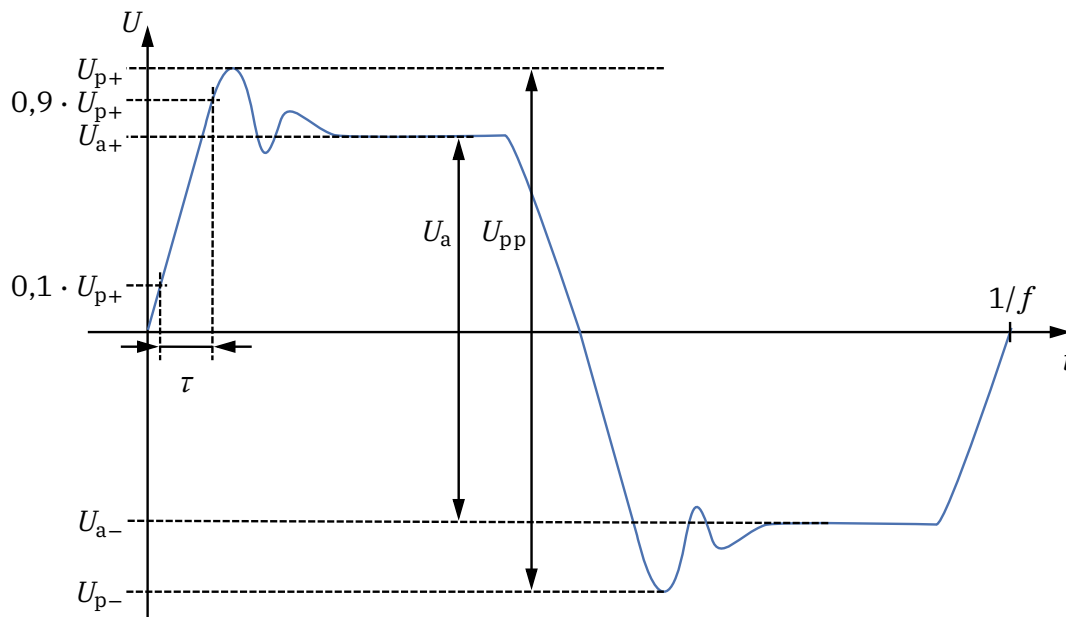


Abbildung 3.3: Signaldefinitionen (nicht maßstabsgetreu)

Letztendlich lassen sich diese aber in zwei übergeordnete Größen einteilen: Die Spitze-Spitze-Spannung U_{pp} und die Spannung im eingeschwungenen Zustand U_a setzen sich aus der Differenz der jeweiligen Werte für die positive und die negative Halbwelle zusammen ($U_{pp} = U_{p+} - U_{p-}$ und $U_a = U_{a+} - U_{a-}$). Wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit von der Spannung gesprochen, ist die Spitze-Spitze-Spannung U_{pp} gemeint.

Gegenüber der Spannung wird für die Flankensteilheit τ nur eine einzelne Definition verwendet, die Zeit zwischen 10 % und 90 % von U_{pp} . Die verbleibende elektrische Größe der Frequenz f wird über den Kehrwert der Periodendauer gebildet.

Zuletzt folgt die Aufnahme der Lebensdauer, der zentralen Größe dieser Versuche. Die Messung der Lebensdauer erfolgt über einen Mikrocontroller, welcher über ein Erweiterungsmodul mit einer Real Time Clock (RTC) verfügt. Ist die Isolierung eines Prüfling durchgeschlagen, wird dies durch das Auslösen der integrierten Überstrombegrenzung der Spannungsquelle an die Steuerung signalisiert. Um festzustellen, welcher der Prüflinge betroffen ist, werden diese nacheinander erneut mit der Spannung beaufschlagt. Sollte die Überstrombegrenzung wiederholt auslösen, wird der jeweilige Prüfling als ausgefallen markiert und die Lebensdauer festgehalten. Nachdem der Ausfall des letzten Prüflings festgestellt wurde, wird der Messvorgang beendet, die Freigabe der Spannungsquelle zurückgenommen und alle Messwerte werden in einer Datenbank aufgenommen. Ist der Ofen ausgeschaltet und optional abgekühlt, kann die elektrische Verbindung getrennt und die Plattenanordnung entnommen werden. Darauf folgend ist die Durchführung einer neuen Untersuchung möglich.

3.3 Einstellgrenzen

Der Wert der Spitze-Spitze-Spannung kann bis zu einem Maximum von 3 kV variiert werden. Die Höhe der Spannung wird durch die Einstellung der DC-Spannungsquelle angepasst und über das Oszilloskop am Ausgang des Umrichters verifiziert.

Eine separate Platine übernimmt die Steuerung des Umrichters, die Anpassung der Frequenz erfolgt hierbei durch das Überspielen eines geänderten Softwareprogramms. Einstellen lässt sich die Frequenz auf quasi-kontinuierliche Werte bis 20 kHz.

Im Gegensatz zu den anderen Größen lässt sich die Flankensteilheit nur auf diskrete Werte einstellen. Begründet ist dies durch die Tatsache, dass die Anpassung der Zeiten über das Umlöten der Gatewiderstände erfolgt und diese nur in diskreten Größen vorhanden sind. Für die Flankensteilheit stehen die Werte 100 ns, 200 ns und 400 ns zur Auswahl.

Thermisch werden die Prüflinge durch den Industrieofen belastet, dessen Innenraum sich maximal auf eine Temperatur von 300 °C erhitzen lässt. Durch die integrierte Steuerung kann die Temperatur über eine Rampe auf ihren Endwert erhöht und dann gehalten werden. Das Minimum der steuerbaren Temperatur liegt bei 50 °C, da der Ofen keine Vorrichtung zur aktiven Kühlung besitzt.

3.4 Durchführung

Nachfolgend werden die notwendigen Arbeitsschritte aufgeführt, um von einem Versuchsplan zu der Lebensdauer zu gelangen. Nach Anfertigung der Prüflinge werden die Messungen beschrieben, welche noch vor dem eigentlichen Versuch durchgeführt werden. Danach wird nur kurz auf den Start der Lebensdauerermessung eingegangen, da diese zum großen Teil automatisch abläuft. Bei jedem Schritt liegt hierbei ein besonderer Fokus auf der Vermeidung von Störgrößen.

3.4.1 Herstellung der Prüflinge

Die Plattenanordnung besitzt eine Höhe von ca. 12 cm. Damit ein Luftdurchschlag aufgrund einer hohen Feldbelastung durch ein scharfes Drahtende innerhalb der Platten verhindert wird, werden die Prüflinge auf eine Länge von 17,5 cm zugeschnitten. Dies ermöglicht die Befestigung des oberen Endes durch die Schraubverbinder und einen Überstand von ca. 1 cm am unteren Ende.

Nach dem Zuschneiden der Prüflinge wird das Isoliermaterial auf einer Länge von 2,5 cm mechanisch entfernt, worüber der elektrische Kontakt zwischen Umrichterausgang und Innenleiter hergestellt wird. Die Abbildung 3.4 zeigt einen Prüfling mit den dazugehörigen Maßen. Jeder Prüfling wird in der Plattenanordnung von jeweils vier Schrauben umgeben, zu sehen in Abbildung 3.5. Diese dienen der mechanischen Befestigung und werden mit einem kontrollierten Drehmoment von 20 cNm angezogen. Das Drehmoment wurde gerade so groß gewählt, dass die Prüflinge sich während des Transports und Versuchs

nicht bewegen können und eine mechanische Belastung durch Quetschung vermieden wird. Um während der Herstellung und Montage mögliche Störgrößen durch Verschmutzen der Oberfläche zu minimieren, werden die Prüflinge nur mit Nitrilhandschuhen gehandhabt.

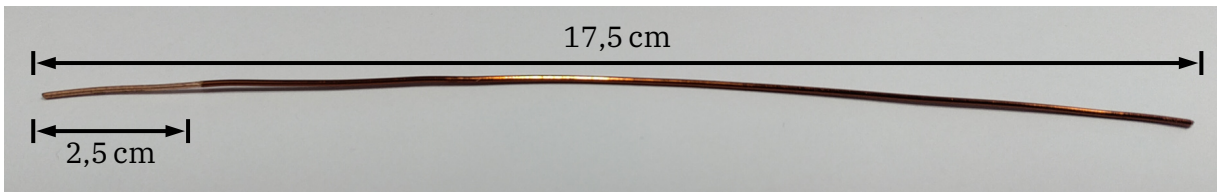


Abbildung 3.4: Prüfling nach der Herstellung mit Maßangaben



Abbildung 3.5: Plattenanordnung mit eingespannten Prüflingen

3.4.2 Vorbereitende Messungen vor Versuchsstart

Damit Fehler in der Verbindung oder Herstellung der Prüflinge bereits erkannt werden können bevor die Lebensdaueruntersuchung startet, werden zwei Messungen am Versuchsaufbau durchgeführt. Als Erstes wird die Kapazität jedes Prüflings aufgenommen und mit Werten aus der gleichen Prüflingsgruppe oder – wenn vorhanden – anderen Durchgängen verglichen. Weist ein Prüfling eine starke Abweichung auf, sollte dieser genauer inspiziert und gegebenenfalls ausgetauscht werden. Nach dem Anschließen aller Hochspannungskontakte wird mittels eines Multimeters der Durchgang von Hochspannungsseite zum Prüfling als auch der Durchgang von dem Gegenpotential zur Plattenanordnung geprüft.

Da der Prozess für das Herstellen der elektrischen Verbindung zeitlich zu aufwendig ist und der Ofen bei geöffneter Tür in dieser Zeit die erreichte Temperatur nicht halten könnte, wird die Plattenanordnung bereits vor dem Hochlaufen der Temperatur montiert.

3.4.3 Start des Lebensdauerversuchs

Ist der elektrische Kontakt hergestellt und geprüft, wird der Ofen auf die Zieltemperatur eingestellt und gestartet. Damit im Nachhinein eine Aussage über eine thermische Vorbelastung getroffen werden kann, wird der Startzeitpunkt notiert.

Ist die Zieltemperatur erreicht und die Messung in der Weboberfläche des Prüfstands angelegt, kann der Versuch gestartet werden. Hierzu wird über einen Startknopf in der Oberfläche die Freigabe zum Einschalten der Spannungsquelle erteilt. Nach dem manuellen Zuschalten der DC-Quelle kann die Ausgangsspannung des Umrichters mit den Vorgabewerten verglichen und bei einer Abweichung nachjustiert werden.

Wird ein Material zum ersten Mal untersucht, sollte sichergestellt werden, dass die TE-Einsatzspannung erreicht wurde. Das kann zu diesem Zeitpunkt mithilfe einer UV-Kamera erfolgen, beispielhafte Bilder von TE-Aktivität sind in Abbildung 3.6 dargestellt.

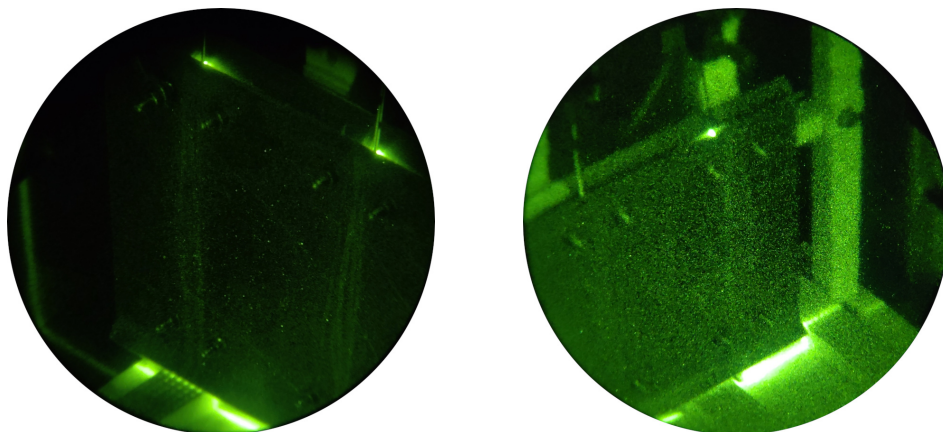


Abbildung 3.6: TE während eines Lebensdauerversuchs, ohne (links) und mit (rechts) Ausfall

4 Screening-Versuchsplan

Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit der Erstellung des ersten Versuchsteils auf dem Weg zu einem vollständigen Modell für die Lebensdauer von Isolierungen. Nachdem kurz zusammengefasst wurde, welche Informationen durch diesen Versuch erlangt werden sollen, folgt die Beschreibung des gewählten Designs als auch die dafür festgelegten Faktorstufen.

4.1 Ziel und Anforderungen

Um den Material- und Zeitaufwand möglichst gering zu halten und dabei ein aussagekräftiges Beschreibungsmodell zu erhalten, wird zunächst ein sogenannter Screening-Versuch durchgeführt. Da die Auswirkungen der einzelnen Hauptfaktoren bekannt ist, dient dieser primär dazu die noch unbekanntes Einflüsse der Wechselwirkungen zu ermitteln. Die Auswertung eines Screening-Versuchs befasst sich folglich nicht mit dem Ansatz einer Modellbildung, sondern ausschließlich der Signifikanzanalyse. Sind die Erkenntnisse aus dem Versuch gewonnen, werden sie genutzt, um den Modellbildungsversuch möglichst effizient zu gestalten.

4.2 Aufstellung des Versuchsplans

Um die Signifikanz der zu untersuchenden Einflussgrößen zu bestimmen, genügt es die Faktoren auf zwei Stufen zu variieren [17]. Bei der Auswahl des Designs wird sich für einen vollfaktoriellen Versuchsplan entschieden, da dieser die Effekte von Faktoren und Wechselwirkungen eindeutig voneinander trennen kann. Da insgesamt fünf Faktoren untersucht werden, beläuft sich die Anzahl der Faktorstufenkombinationen auf $2^5 = 32$ und führt zu dem Versuchsplan in Tabelle 4.1.

Die Reihenfolge der Durchgänge ist grundsätzlich frei wählbar, jedoch ist diese für den vorhandenen Prüfstand optimiert. Werden die Durchgänge ihrer Reihenfolge (Spalte „Nr.“ in Tabelle 4.1) nach durchgeführt, so ist die Zeit für die Umrüstung des Prüfstands minimal. Die Größen Spannung und Temperatur werden vor jedem Versuch einzeln eingestellt und kontrolliert, die Frequenz muss hingegen durch Überspielen eines Programms auf die Steuerplatine abgeändert werden. Nur die Anpassung der Flankensteilheit ist noch zeitaufwendiger, da diese durch Umlöten von Widerständen erfolgt. Die Konsequenz dieser Rahmenbedingungen führt dazu, dass Faktoren mit kleineren Rüstzeiten öfter ihre Stufen wechseln.

Tabelle 4.1: Screening-Versuchsplan

Nr.	U	ϑ	f	τ	σ	$t_1 \dots t_N$	Nr.	U	ϑ	f	τ	σ	$t_1 \dots t_N$
1	+1	+1	+1	+1	+1		17	+1	+1	+1	+1	-1	×
2	-1	+1	+1	+1	+1		18	-1	+1	+1	+1	-1	
3	+1	-1	+1	+1	+1		19	+1	-1	+1	+1	-1	×
4	-1	-1	+1	+1	+1		20	-1	-1	+1	+1	-1	
5	+1	+1	-1	+1	+1		21	+1	+1	-1	+1	-1	
6	-1	+1	-1	+1	+1		22	-1	+1	-1	+1	-1	
7	+1	-1	-1	+1	+1		23	+1	-1	-1	+1	-1	
8	-1	-1	-1	+1	+1		24	-1	-1	-1	+1	-1	
9	+1	+1	+1	-1	+1		25	+1	+1	+1	-1	-1	
10	-1	+1	+1	-1	+1		26	-1	+1	+1	-1	-1	
11	+1	-1	+1	-1	+1		27	+1	-1	+1	-1	-1	
12	-1	-1	+1	-1	+1		28	-1	-1	+1	-1	-1	
13	+1	+1	-1	-1	+1		29	+1	+1	-1	-1	-1	
14	-1	+1	-1	-1	+1		30	-1	+1	-1	-1	-1	
15	+1	-1	-1	-1	+1		31	+1	-1	-1	-1	-1	
16	-1	-1	-1	-1	+1		32	-1	-1	-1	-1	-1	

Für die Durchführung des Versuchsplans stehen Drähte mit zwei verschiedenen Isolierstoffen, A und B, zur Verfügung. Die Drahtproben des Materials A besitzen eine Isolierschicht aus PEEK, Material B ist hingegen ein Zwei-Komponentiger-Drahtlack aus Polyester und Polyamidimid. In Vorversuchen fiel Material A bereits durch eine kleinere Streuung auf. Durch dessen Verwendung wird sich erhofft, dass eine geringe Anzahl an Prüflingen bereits ausreicht, um signifikante Effekte festzustellen. Die Plattenanordnung ermöglicht die gleichzeitige Untersuchung von fünf Prüflingen. Aufgrund der zufälligen Verteilung der Lebensdauerwerte wird dies als die minimale Anzahl an Replikationen N angesetzt. Unter Berücksichtigung von fünf Prüflingen pro Faktorstufenkombination beläuft sich die Gesamtanzahl der Drahtproben auf $32 \cdot 5 = 160$.

Die zur Verfügung stehende Menge des Materials A ist stark begrenzt, sodass sich mit diesem ca. 100 Prüflinge fertigen lassen. Mit einem kleinen Puffer lässt sich unter den vorherigen Vorgaben die Hälfte des Versuchsplans umsetzen, was aufgrund der fehlenden Möglichkeit für die mechanische Belastung ohnehin angestrebt wird.

4.3 Auswahl der Faktorstufen

Auf welche Stufen die Faktoren festgelegt werden können, wird in erster Linie von dem Arbeitsbereich des Prüfstands vorgegeben. Innerhalb dieser Grenzen werden die Stufen nach weiteren Kriterien ausgewählt, wobei ein möglichst geringer Zeitaufwand bei größtmöglicher Trennschärfe gegeneinander abgewogen werden muss. Die Maximalwerte der Belastungen werden demnach auf die oberen Grenzen des Prüfstands gesetzt. Wird bei den unteren Stufen ausschließlich das Ziel des minimalen Zeitaufwands verfolgt, müssten

diese unweit der oberen liegen. Die unzureichende Differenz in Kombination mit Messwertstreuung würde jedoch dazu führen, dass die untersuchten Faktoren fälschlicherweise als insignifikant eingestuft werden würden.

4.3.1 Thermische Belastung

Die Temperatur wird für das untere Niveau auf 50 °C gesetzt, da dies der kleinsten Einstellung des Ofens entspricht. Eine Einstellung auf kleinere Temperaturen würde den Messbereich zwar erweitern, könnte aber aufgrund der erwarteten Wetterverhältnisse nicht konstant gehalten werden. Da die mechanische Belastung Teil des Versuchsplans ist, sollte die Glasübergangstemperatur beachtet werden. Aufgrund der Auswirkung auf die mechanischen Eigenschaften wird der gesamte Versuchsplan unterhalb dieser durchgeführt. Bei dem Material A liegt die Glasübergangstemperatur bei 143 °C [8], die obere Stufe orientiert sich an der nächstkleineren Temperaturklasse nach IEC 60085 und liegt bei 130 °C [6].

4.3.2 Elektrische Belastung

Der Hauptalterungsmechanismus der untersuchten Isolierungen tritt aufgrund von Teilentladungen auf. Hierfür ist es notwendig die Faktorstufen für die Spannung oberhalb der TE-Einsatzspannung festzulegen. Da diese Spannung von der Temperatur und Frequenz abhängt, ist es sinnvoll die untere Faktorstufe zu ermitteln, wenn die beiden anderen Faktoren ebenfalls auf ihre niedrige Faktorstufe eingestellt sind. Es ist zudem empfehlenswert diese Untersuchung mithilfe eines gesonderten Probeversuchs durchzuführen, da die elektrische Belastung beim Suchen der PDIV nicht konstant bleibt und somit kein Vergleich zu anderen Messreihen stattfinden kann. Ist die TE-Einsatzspannung ermittelt, wird die untere Faktorstufe mit einem gewissen Puffer festgelegt. Der Puffer dient lediglich dazu einen zusätzlichen Arbeitsschritt durch Prüfen der TE-Aktivität bei jedem Versuchsdurchgang einzusparen.

Für das Material A wurde die TE-Einsatzspannung bei 1,8 kV festgestellt, das untere Niveau wird auf 2 kV gesetzt. Die Frequenz lässt sich in einem Bereich von 1 kHz bis 20 kHz variabel einstellen, die Faktorstufen werden für einen geringeren Zeitaufwand auf 10 kHz und 20 kHz festgelegt. Für die Flankensteilheit wird sich für die Einstellgrenzen des Prüfstands entschieden, sie liegen bei 100 ns und 400 ns.

4.3.3 Mechanische Belastung

Der Versuchsstand bietet zur Zeit der Durchführung keine Möglichkeit zur mechanischen Belastung der Prüflinge. Um dennoch einen allgemeinen Versuchsplan aufzustellen, wird die untere Faktorstufe als belastungsfrei angenommen, der Wert für die obere Stufe wird festgelegt, sobald die entsprechende Vorrichtung zur Verfügung steht. Unter der Annahme, dass die neue Einrichtung eine vergleichbare Belastung durch die anderen Faktoren

sicherstellt, wird damit die Weiterverwendung der Messergebnisse dieser Arbeit ermöglicht. Die genannte Annahme sollte durch eine entsprechende Vergleichsmessung verifiziert werden.

4.3.4 Weitere Einstellgrößen

Ein Begleitprodukt der Teilentladungen ist unter anderem die Entstehung von Ozon (O_3) durch Ionisierung der Luft, welches die Isolierung angreift und somit zu einem schnelleren Verlust der Isoliereigenschaften führt [7]. Je länger TE-Aktivität stattfindet, desto größer wird demnach die Ozon-Konzentration innerhalb des Ofens. Da keine Vorrichtung zum Messen des Ozongehalts vorhanden ist und dieser nur schwer steuerbar wäre, wird versucht durch Zirkulation und Abführen der Luft eine möglichst kleine Konzentration zu bewirken.

Hierzu wird die Umluft des Ofens als auch die Abluftklappe auf einen maximalen Wert von 100 % gestellt und für alle Versuchsreihen konstant gehalten.

4.3.5 Übersicht Faktorstufen

Final können die gewählten Faktoren mit ihren Stufen gesammelt in Tabelle 4.2 wiedergefunden werden. Enthalten sind hier lediglich die Faktoren, welche auch Teil des Versuchsplans sind, alle anderen Einstellgrößen werden konstant gehalten. Für die mechanische Belastung wird hier der Wert Null angenommen. Die obere Stufe und damit auch die Einheit wird festgelegt, sobald eine entsprechende Anordnung zur Verfügung steht.

Tabelle 4.2: Faktorstufen für den Screening-Versuch

Faktorstufe	U	ϑ	f	τ	σ
-1	2 kV	50 °C	10 kHz	100 ns	0
+1	3 kV	130 °C	20 kHz	400 ns	-

5 Vorläufige Untersuchung und Planrevision

Nach Erprobung des allgemeinen Versuchsablaufs mit dem Material B wird die Effektivität des Versuchsplans mit ersten Messreihen untersucht und bewertet. Die Durchführung der einzelnen Durchgänge erfolgt nach der Vorgehensweise in Abschnitt 3.4. Für die ersten beiden Durchgänge wird sich für die Nr. 17 und 19 entschieden, da durch diese überprüft werden kann, ob ein bereits bekannter Einfluss – die Temperatur – als signifikant erkannt wird. Zwischen diesen Faktorstufenkombinationen liegt der Unterschied lediglich in der Temperatur, welche auf den Stufen 50 °C und 130 °C variiert wird. Hierdurch lässt sich die Effektivität des Versuchsplans bereits feststellen, bevor dieser vollständig durchgeführt wurde.

Die Auswertung und die darauffolgenden Reaktionen werden durch dieses Kapitel beschrieben, welches gleichzeitig dazu dient Herausforderungen und mögliche Lösungsansätze aufzuzeigen.

5.1 Mangelnde Trennschärfe

Nachdem die Lebensdauerdaten für die Durchgänge ermittelt wurden, wird für beide eine zwei-parametrische Weibull-Verteilung geschätzt. Die Ergebnisse können der Abbildung 5.1 entnommen werden. Visuell kann bereits erkannt werden, dass die Verteilungsfunktionen dicht beieinander liegen und sich besonders die 95 %-Vertauensintervalle überschneiden. Bestätigung liefert eine Signifikanzanalyse durch die Wald-Statistik über einen *p*-Wert von 0,2691. Wird unter der Nullhypothese angenommen, dass die Temperatur keinen Einfluss auf die Lebensdauer hat, würde diese bei $\alpha = 0,05$ nicht abgelehnt werden.

Die Schlussfolgerung aus der Auswertung ist eine zu geringe Anzahl an Messwerten zur Feststellung der erwarteten Signifikanz. Um abzuschätzen, wie viele Lebensdauerwerte notwendig sein würden, um eine bestimmte Zeitdifferenz festzustellen, wird eine Monte-Carlo-Simulation durchgeführt. Unter der Annahme, dass die Temperatur einen signifikanten Einfluss besitzt, dieser jedoch bei ca. $\Delta t = 0,02$ h (die mittlere Differenz der beiden Messreihen) liegt, können zwei Verteilungen mit der gleichen Differenz als Grundlage der Simulation genutzt werden. Diese setzt sich aus den folgenden Schritten zusammen:

1. Definieren von zwei Weibull-Verteilungen mit $b_1 = b_2$ und $\lambda_2 = \lambda_1 + 0,02$ h
2. Ziehen von N Zufallszahlen aus den Verteilungen
3. Durchführen einer Signifikanzanalyse anhand der Wald-Statistik für $\alpha = 0,05$
4. Der Zähler i wird erhöht, wenn *p*-Wert $< \alpha$

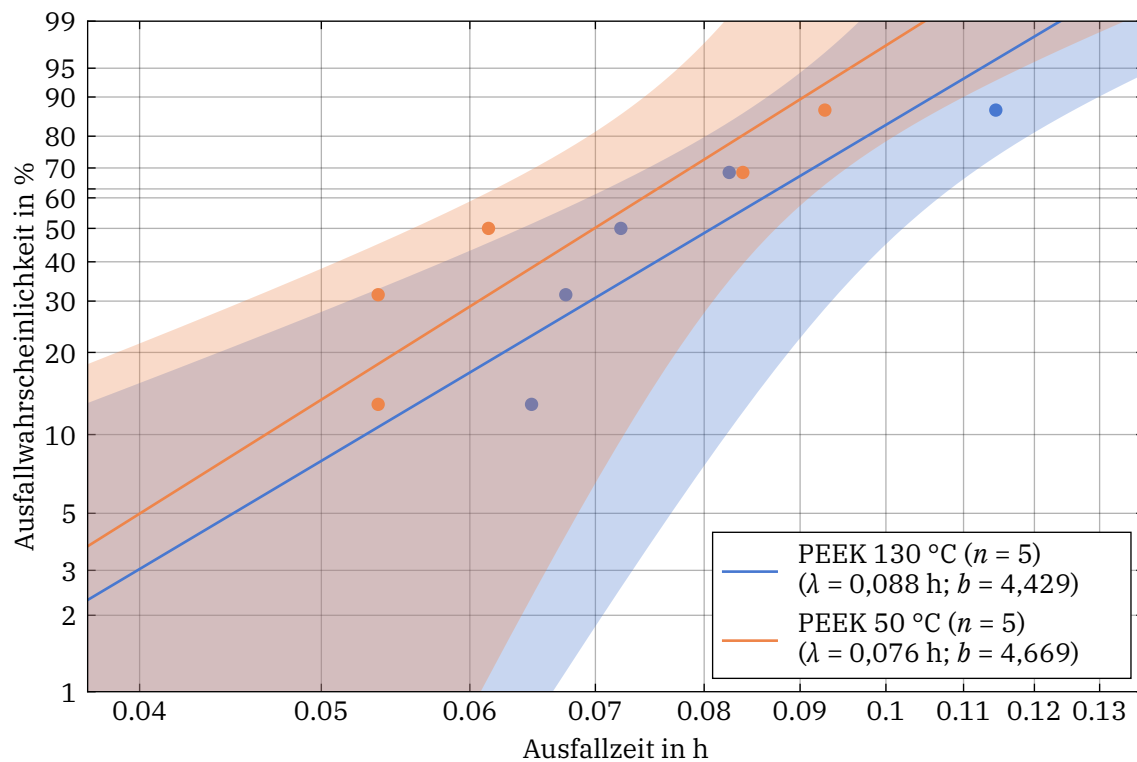


Abbildung 5.1: Messergebnisse bei 50 °C und 130 °C mit 5 Ausfällen

Die Schritte 2 bis 4 werden für $N = \{5; 10; 15; 20; 25\}$ Lebensdauerwerte pro Durchgang jeweils 1000-mal wiederholt. Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer bestimmten Anzahl N eine Differenz von 0,02 h erkannt wird, berechnet sich folglich mit $i/1000$. Allgemein ist eine größere Trennschärfe immer zu bevorzugen, jedoch geht diese zulasten des Versuchsaufwands. Vor dem Start der Simulation wird sich deswegen auf einen Wert von 80 % festgelegt, welcher als ein akzeptabler Richtwert gilt [17]. Die Ergebnisse der Simulation zeigt Abbildung 5.2.

Zu erkennen ist das Erreichen der gewünschten Trennschärfe erst ab einer Anzahl von über 20. Hieraus kann gefolgert werden, dass das verbleibende Material A nicht ausreicht, um die geplanten Durchgänge zu vollenden. Aus diesem Grund wurde an dieser Stelle eine Priorisierung auf die Verifikation der Simulationsergebnisse gesetzt. Mit den dafür durchgeführten Messreihen werden weitere Erkenntnisse gesammelt, um bei Verfügbarkeit zusätzlicher Materials den Ressourcenaufwand genauer einschätzen zu können.

Zur Überprüfung der Simulationsergebnisse wird die Anzahl der Prüflinge pro Faktorstufe auf 25 gesteigert, zu sehen in Abbildung 5.3. Eindeutig lässt sich hier der Unterschied zwischen den beiden Messreihen erkennen. Eine Signifikanzanalyse bestätigt dies durch einen hochsignifikanten p -Wert für den Effekt der Temperatur von $<1 \cdot 10^{-5}$.

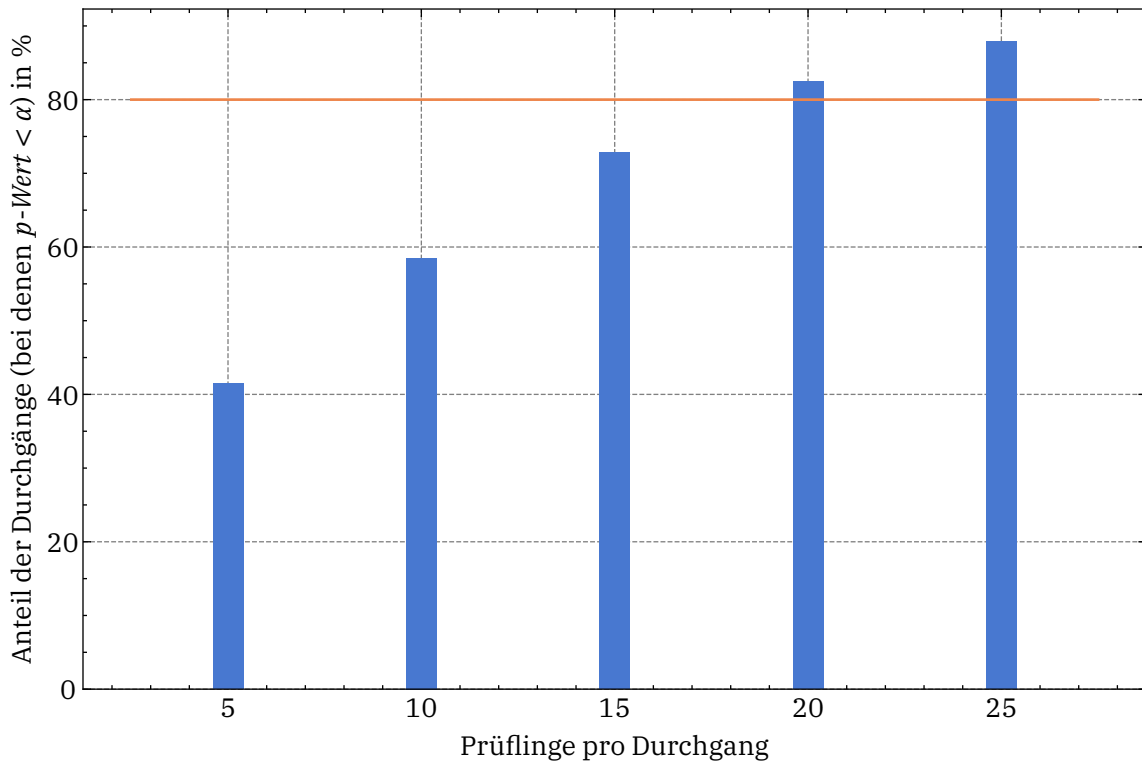


Abbildung 5.2: Simulationsergebnisse zur Erkennung von $\Delta\lambda = 0,02\text{ h}$ mit $\alpha = 0,05$

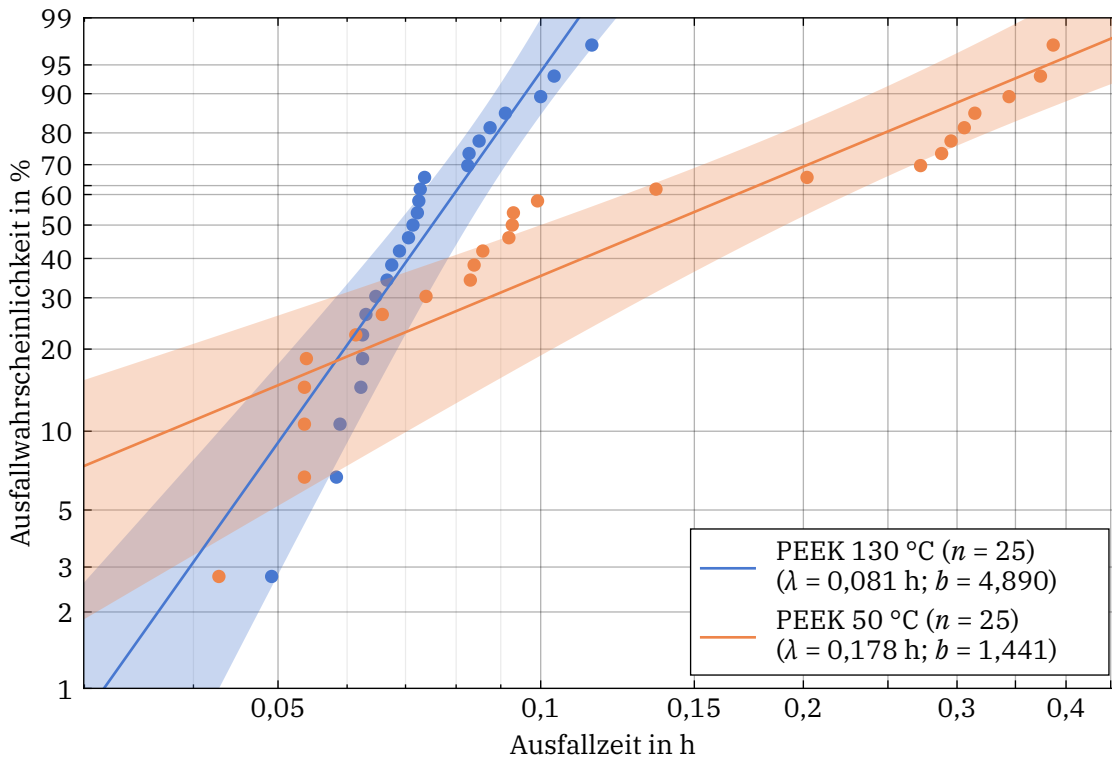


Abbildung 5.3: Messergebnisse nach der Erhöhung der Prüflingsanzahl auf 25

5.2 Abweichung zur angenommenen Verteilung

Gemäß der Erwartungshaltung, dass in einem Weibull-Wahrscheinlichkeitsdiagramm die Messpunkte auf einer Geraden liegen, trifft dies für die Werte bei 130 °C zu. Im Vergleich zu historischen Daten liefert die MLE zusätzlich einen ähnlichen Wert für den Parameter b (130 °C: 4,890; 155 °C: 3,517 [35]).

Die Messwerte der anderen Faktorstufe hingegen weisen einen starken S-förmigen Verlauf auf. Wird für die 25 Ausfallzeiten eine zwei-parametrische Weibull-Verteilung geschätzt, liegt der Wert für b mit 1,441 bei weniger als der Hälfte gegenüber den oben genannten Temperaturen.

Um zu prüfen, ob der Verlauf aus einer noch immer zu geringen Anzahl an Werten resultiert, werden zwei weitere Durchgänge mit dieser Faktorstufenkombination durchgeführt. Die Anzahl der Prüflinge liegt hiernach bei 35, die Ergebnisse im Vergleich zu der Messreihe mit 25 Prüflingen zeigt Abbildung 5.4.

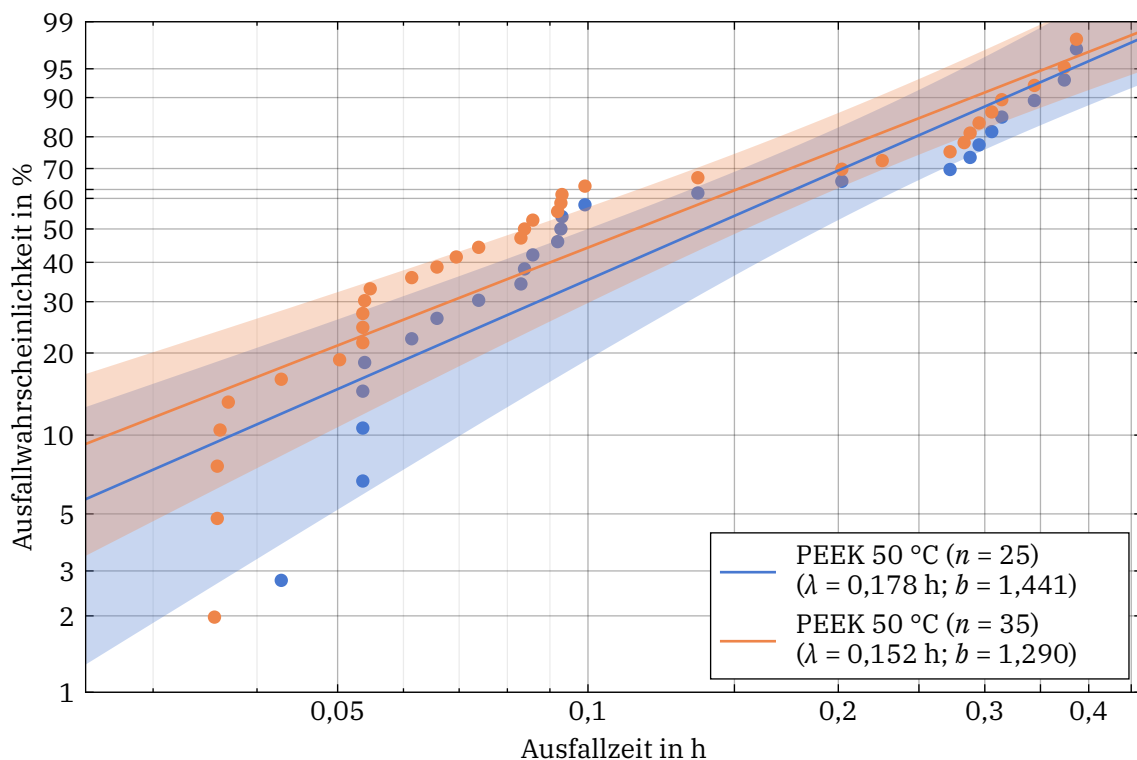


Abbildung 5.4: Messergebnisse bei 50 °C mit 25 und 35 Ausfällen

Deutlich wird, dass die zusätzlichen Prüflinge zu einer Verfestigung der vorherigen Abweichung führen. Die Messwerte deuten an, dass sie nur unzureichend durch die angenommene zwei-parametrische Weibull-Verteilung abgebildet werden können. Weiterhin scheinen sich die Daten oberhalb und unterhalb einer Lebensdauer von ca. 0,15 h in zwei verschiedene Verteilungen zu spalten. Werden die Messwerte mit dieser Grenze in zwei

Kollektive getrennt und hierfür jeweils eine Verteilungsfunktion geschätzt, kann die Annahme mithilfe eines LRT überprüft werden. Dieser bestätigt mit einem p -Wert von $<1 \cdot 10^{-5}$, dass eine Trennung in zwei Verteilungsfunktionen eine signifikante Steigerung der Likelihood bewirkt.

5.2.1 Alternativer Modellansatz

Ein Ansatz die gemessenen Daten durch eine kontinuierliche Funktion abzubilden bietet ein gemischtes Modell, welches zwei separate Verteilungen über den Koeffizienten r kombiniert (Gleichung 5.1). Ein solches Modell kann ebenfalls über die MLE ermittelt werden, der Parameterraum θ wird lediglich um λ_2 , b_2 und r ergänzt.

$$\varphi_{\text{WM}}(t) = r \cdot \varphi_{\text{W2}}(t, \lambda_1, b_1) + (1 - r) \cdot \varphi_{\text{W2}}(t, \lambda_2, b_2) \quad (5.1)$$

Durch die Schätzung eines solchen Modells für die Messreihe mit 50 °C kann ein visueller Vergleich zu dem zwei-parametrischen Ansatz in der Abbildung 5.5 erfolgen. Da die Delta-Methode für das gemischte Modell in verwendeten Bibliotheken nicht implementiert ist, sind lediglich die Vertrauensintervalle für das zwei-parametrische Modell zu erkennen.

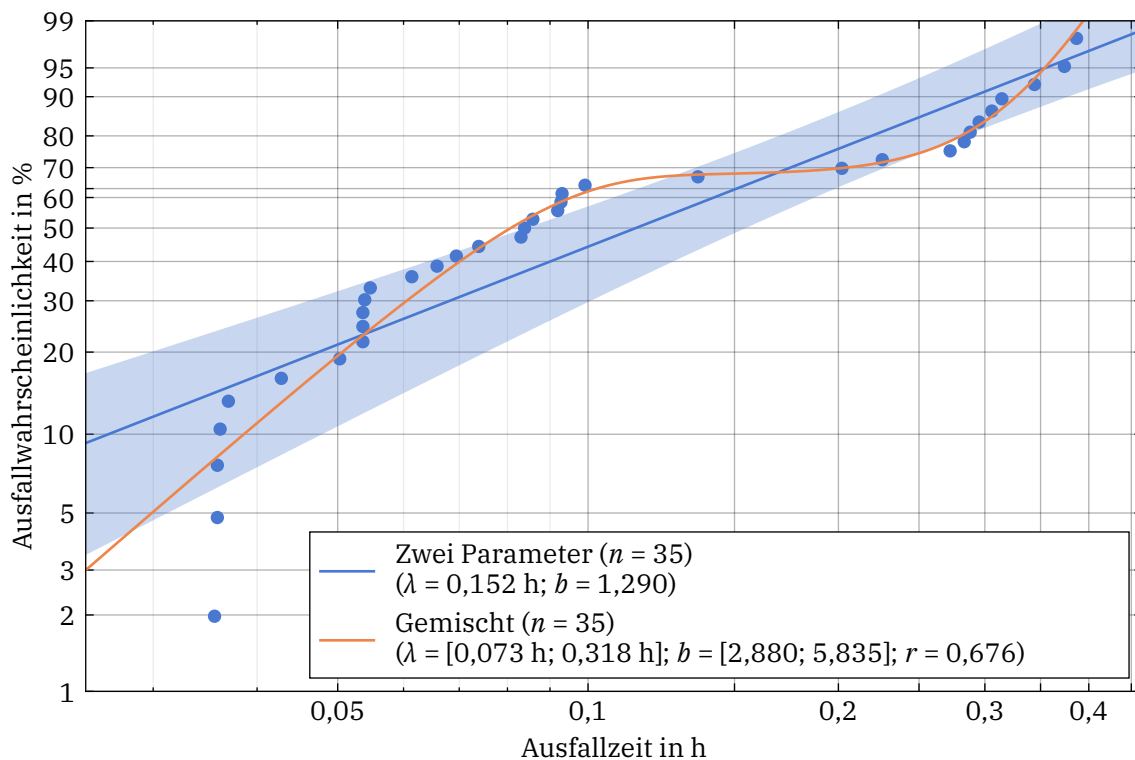


Abbildung 5.5: Gemischtes Weibullmodell für 50 °C mit 35 Ausfällen

Der Vergleich der beiden Modelle unterstützt die vorherige Annahme, dass sich die Messwerte nicht mehr durch eine einzelne Verteilungsfunktion abbilden lassen. Mithilfe einer zusätzlichen Darstellung der Lebensdauern in einem Histogramm (Abbildung 5.6) wird

die Aufteilung der Werte in zwei Gruppen deutlicher. In die Abbildung eingetragen sind zudem das gemischte Modell φ_{WM} und die separaten Bestandteile φ_{W2} .

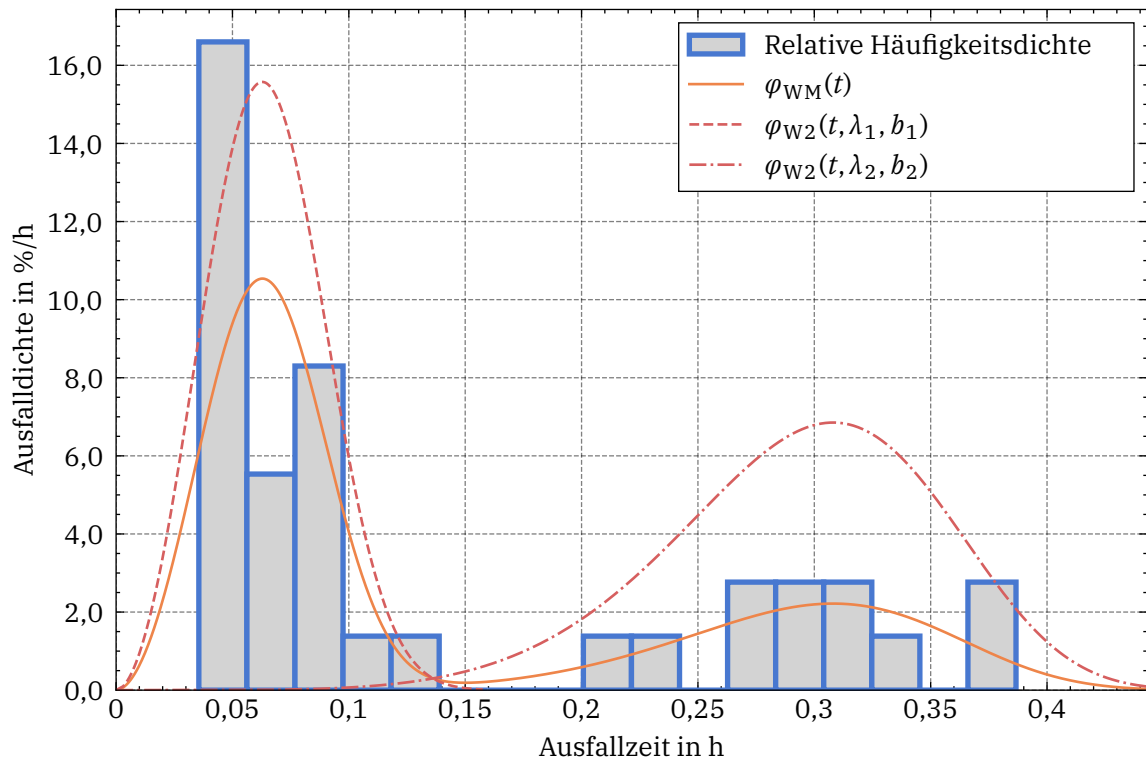


Abbildung 5.6: Histogramm der Messergebnisse bei 50 °C

5.2.2 Beurteilung der Modellgüte

Ob der Verdacht durch die visuelle Beurteilung bestätigt werden kann und dies ausreicht, um sich für das gemischte Modell zu entscheiden, soll in diesem Abschnitt untersucht werden. Der erste Punkt lässt sich mithilfe der Log-Likelihood beantworten. Diese bestätigt durch einen Anstieg von 35,7542 auf 50,0196, dass das komplexere Modell die beobachteten Messwerte besser abbildet. Wie jedoch in Kapitel 2.5.4 beschrieben, ist eine Entscheidung für ein komplexeres Modell auf Basis der Likelihood kein robustes Verfahren gegenüber einer möglichen Überanpassung. Hierzu wird das *BIC* herangezogen, welches selbst bei Berücksichtigung der zusätzlichen Parameter das gemischte Modell bevorzugt. Die Werte liegen für das simple Modell bei $-64,3978$ und für das gemischte bei $-82,2625$.

Zur weiteren Analyse der beiden Modelle wird der ADT durchgeführt, welcher unter der Nullhypothese annimmt, dass die Werte der gewählten Verteilungsfunktion entstammen. Liegen die berechneten Werte AD^* oberhalb der kritischen Schranke AD_{krit}^* , wird die Nullhypothese mit der Irrtumswahrscheinlichkeit α abgelehnt. Für die zwei-parametrische Form können die kritischen Werte für den ADT veröffentlichten Tabellen entnommen werden, ein für diese Arbeit relevanter Auszug ist Tabelle 5.1 zu entnehmen.

Tabelle 5.1: AD_{krit} -Werte für zwei-parametrische Weibull-Verteilungen, vgl. [29, Tab. 3]

Anzahl Datenpunkte	AD_{krit} für $\alpha = 0,05$
15	0,7372
20	0,7433
25	0,7458
30	0,7489
35	0,7448

Ausreichend sind diese Grenzwerte, um Nullhypothesen anzunehmen oder zu widerlegen, jedoch liefern sie nicht den dazugehörigen p -Wert, welcher für eine einheitliche Formulierung bei Hypothesentests in dieser Arbeit bevorzugt wird. Da die gemischte Verteilungsfunktion keine weite Verbreitung genießt und dazu noch aufwendig zu berechnen ist, liegen hierfür keine tabellierten Werte vor. Für diesen Anwendungsfall ist es demnach notwendig nicht nur den p -Wert, sondern zunächst die kritischen Werte zu bestimmen. Um die gesuchten Größen zu ermitteln, wird eine Monte-Carlo-Simulation durchgeführt.

Bei der Ausführung der MCS wird darauf abgezielt den Zeit- und Rechenaufwand angemessen zu halten und gleichzeitig eine ausreichend gute Näherung zu erhalten. Hierzu wird der Ansatz aus [29] genutzt, welcher die Zahlen zwischen 0 und 1 aus einer stetigen Gleichverteilung im Voraus generiert. Diese können über Gleichung 2.12 mit den entsprechenden Werten für b und λ in Lebensdauerdaten transformiert werden. Für die Simulation werden 50 000 Zufallszahlen generiert, womit 10 000 Durchgänge mit jeweils 50 Messwerten simuliert werden können.

Für die zwei-parametrische Verteilung, einer Messwertanzahl von 35 und $\alpha = 0,05$ liefert die Simulation einen kritischen Wert von 0,7577. Da die Simulation die kritischen Werte für die AD^* -Statistik liefert, muss der Wert aus Tabelle 5.1 mit Gleichung 2.32 umgerechnet werden. Nach diesem Schritt liegt der Wert bei 0,7621 und ist damit größer als das Ergebnis der Simulation. Die Abweichung von ca. 0,5 % wird als nicht signifikant beurteilt, darüber hinaus führt ein niedrigerer Wert zu einer früheren Ablehnung der Nullhypothese.

Zur Veranschaulichung wird in Abbildung 5.7 die Nullverteilung von AD^* aus der Simulation für das zwei-parametrische und gemischte Weibull-Modell gezeigt. Eingetragen sind ebenfalls die kritischen Werte (orange) und die Werte für die beobachteten Daten (grün) für die Messreihe bei 50 °C.

Zu sehen ist die eindeutige Ablehnung der Hypothese, dass die Werte aus einer zwei-parametrischen Verteilung stammen, der p -Wert liegt hier bei 0,0001. Hingegen wird die Nullhypothese unter dem komplexeren Modell aufgrund des p -Wertes von 0,2057 nicht abgelehnt. Eine Gegenüberstellung der beiden Verteilungen erfolgt zusätzlich in Tabelle 5.2.

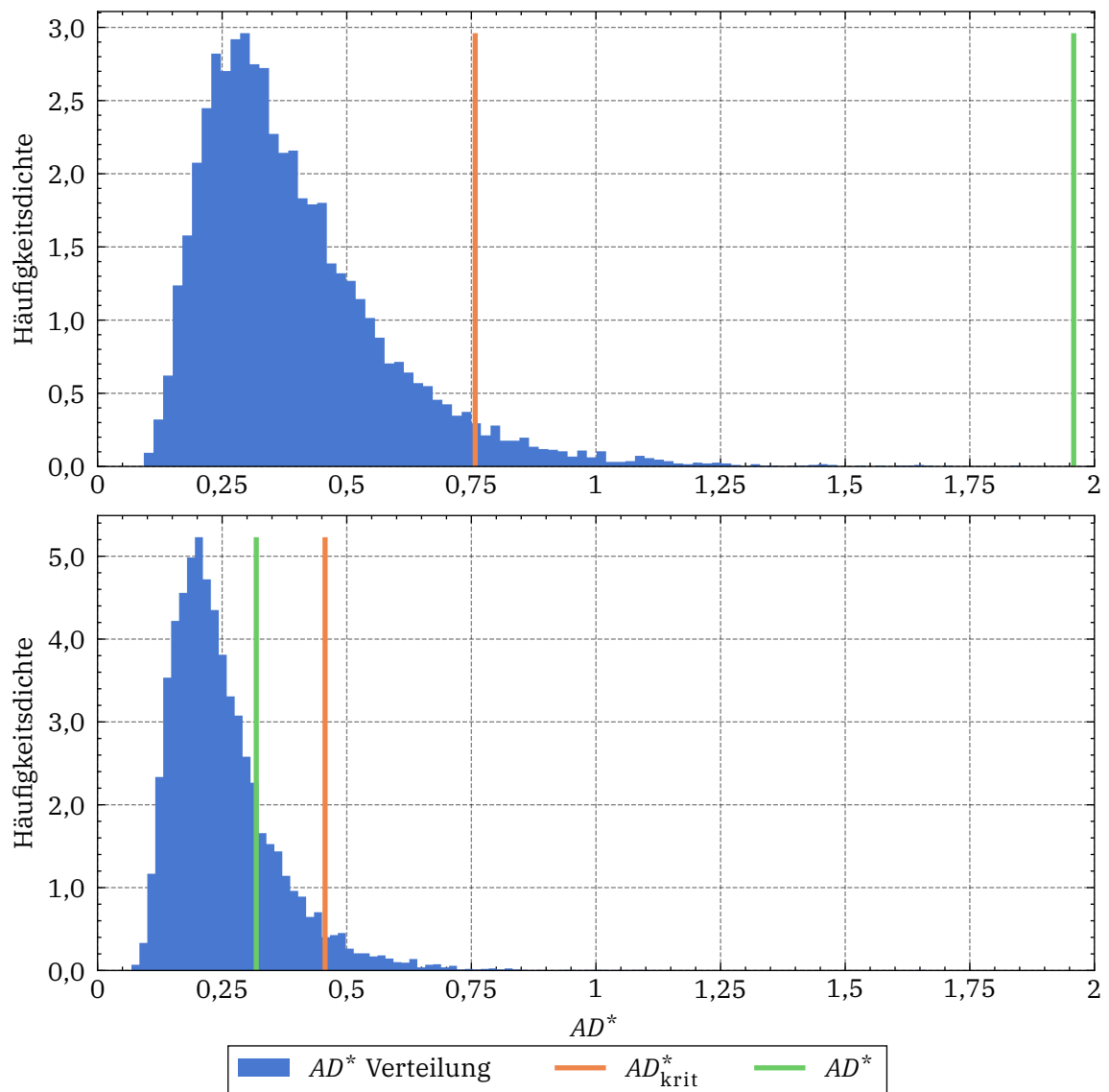


Abbildung 5.7: AD^* Nullverteilung für φ_{W2} (oben) und φ_{WM} (unten)

Tabelle 5.2: MLE Ergebnisse für Durchgang 19

Kenngroße	Zwei Parameter	Gemischt
Anzahl Parameter	2	5
Anzahl Messwerte	35	35
ℓ^1	35,7542	50,0196
BIC^2	-64,3978	-82,2625
ADT p -Wert ³	0,0001	0,2057

¹ Höhere Werte werden bevorzugt

² Niedrigere Werte werden bevorzugt

³ Ablehnung von H_0 bei $<0,05$

Sowohl die visuelle Einschätzung als auch die numerische Beurteilung bestätigen die Wahl des komplexeren Modells, was auf unterschiedliche Fehlermechanismen hindeutet [3, 21]. Diese können nicht mehr durch eine einzelne Verteilungsfunktion abgebildet werden. Weiterhin lassen sich die Lebensdauerwerte grob in zwei Gruppen einteilen: Die Frühausfälle unterhalb einer Zeit von 0,15 h und die erwarteten Lebensdauern oberhalb dieser Grenze, ebenfalls zu erkennen in Abbildung 5.6.

Eine Möglichkeit besteht darin, das gesamte Lebensdauermodell auf Basis einer gemischten Verteilung aufzustellen. Dies sollte jedoch nur bei absoluter Notwendigkeit erfolgen, da hierdurch eine Überanpassung der anderen Messreihen erfolgt. Des Weiteren liegt die Vermutung darin, dass die Frühausfälle durch eine noch nicht berücksichtigte Störgröße verursacht werden und somit auch nicht Teil des finalen Modells werden sollten.

5.3 Untersuchung der Frühausfälle

Zur weiteren Untersuchung der Differenz zwischen den beobachteten Werten und der vermuteten Verteilung werden zusätzliche Messreihen durchgeführt. Zu Beginn wird der Temperatureinfluss untersucht, da die Annahme besteht, dass aufgrund unterschiedlicher Ausdehnungskoeffizienten von Plattenanordnung, Isolierschicht und Innenleiter eine Quetschung und somit eine zusätzliche mechanische Belastung erfolgt ist. Hierzu wurden weitere 15 Prüflinge bei einer niedrigeren Temperatur von 20 °C geprüft. Diese konnte durch die Umgebungstemperatur zum Zeitpunkt der Messung annähernd konstant gehalten werden. Der Temperaturwert wurde am Anfang der Messung aus dem Steuerungsmenü des Ofens aufgenommen und liegt für die drei Durchgänge bei maximal 23,4 °C. Dies entspricht einer Abweichung von ca. 17 %, welche jedoch in diesem Falle von sekundärem Interesse ist, da die Messreihe nicht als Grundlage für das finale Modell genutzt wird. Die Prüfung fand zusätzlich bei offener Ofentür statt, um das Aufstauen von Wärme zu verhindern. Abbildung 5.8 zeigt die 15 Lebensdauern und deutet einen Verlauf ähnlich dem bei 50 °C an.

Ein p -Wert von 0,0049 für den ADT bestätigt den Verdacht und führt wie bei der Messung bei 50 °C zur Ablehnung der Weibull-Verteilung mit zwei Parametern. Werden beide Messreihen darüber hinaus miteinander verglichen, wird der Einfluss der Temperatur mit einem p -Wert von 0,9606 als nicht signifikant eingeschätzt. Dies könnte unter anderem auf einen unzureichenden Abstand zwischen den Temperaturen hinweisen.

Ob der beobachtete S-förmige Verlauf allgemein auftritt, jedoch bei längeren Lebensdauern ausgeprägter ist, wird mithilfe weiterer Versuche untersucht. Zunächst wird eine Messreihe mit 15 Prüflingen bei 130 °C und einer Frequenz von 10 kHz durchgeführt. Die erwarteten Lebensdauern liegen nach Gleichung 2.6 bei einem doppelt so großen Wert gegenüber der Messung bei 20 kHz. Zusätzlich bietet sich der Vorteil, eine weitere Faktorstufenkombination (Nr. 21) aus dem Versuchsplan durchzuführen. Die Ergebnisse der drei Durchgänge sind in Abbildung 5.9 dargestellt.

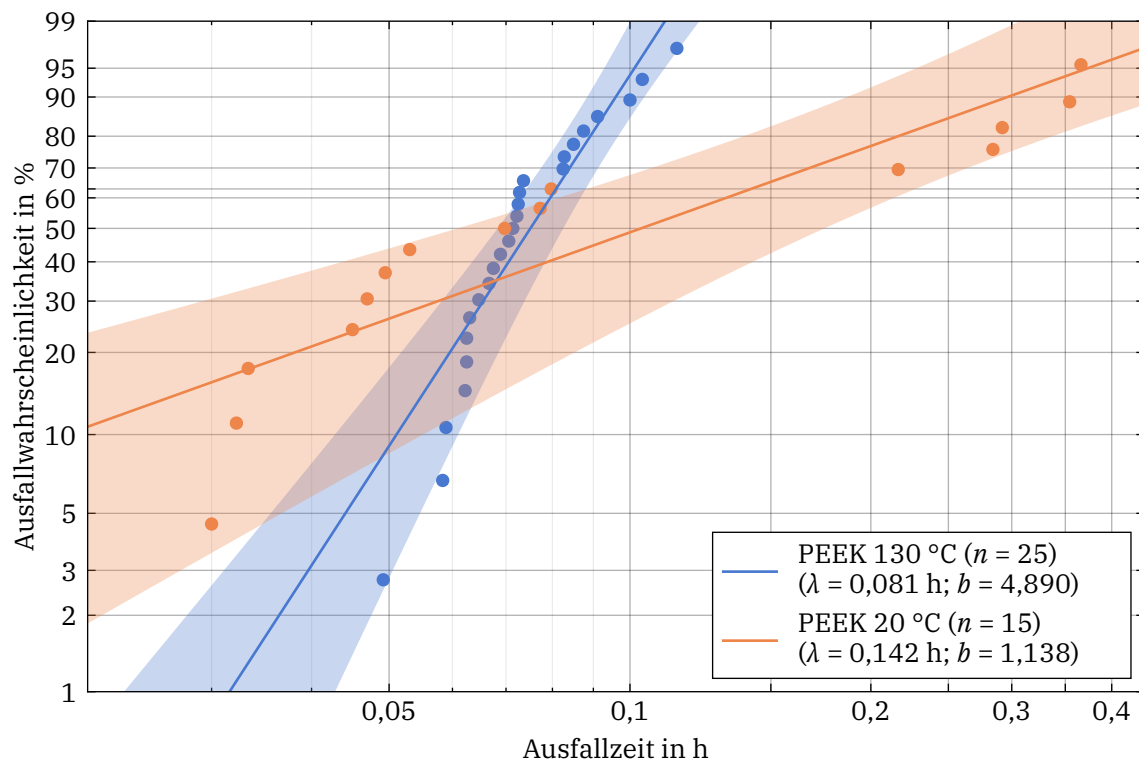


Abbildung 5.8: Messergebnisse für 130 °C und 20 °C

Zu erkennen ist ein geradliniger Verlauf, was die Annahme widerlegt, dass die beobachtete S-Form allgemein bei längeren Lebensdauern in Erscheinung tritt. Auch der p -Wert des ADT fällt deutlich besser aus und liegt bei 0,7835, weshalb eine zwei-parametrische Weibull-Verteilung nicht abzulehnen ist.

Des Weiteren wurde eine erhöhte elektrische Belastung aufgrund der Beschaffenheit des Randbereichs der Plattenanordnung bereits zu einem früheren Zeitpunkt als Störgröße vermutet. Die Hypothese wurde jedoch verworfen, nachdem die Fehlerorte der Frühausfälle untersucht und nicht dem Randbereich in einem auffälligen Maße zugeordnet werden konnten. Nach genauerer Untersuchung der Plattenanordnung können jedoch Grate festgestellt werden, welche nicht nur zu einer erhöhten Feldbelastung führen würden, sondern ebenfalls die Prüflinge mechanisch beschädigen könnten. Dies würde die Streuung der Fehlerorte über die Länge der Plattenanordnung erklären, da die Beschädigung beim Einführen am Randbereich entstehen würde und die Fehlerstellen somit variieren.

Aufgrund dieser Überlegungen wird die Geometrie so abgeändert, dass die beschriebenen Fehlerursachen möglichst ausgeschlossen werden. Zu sehen ist die neue Geometrie in Abbildung 5.10. Da Material A bereits aufgebraucht ist, wird hier Material B genutzt, um weitere Messreihen aufzunehmen.

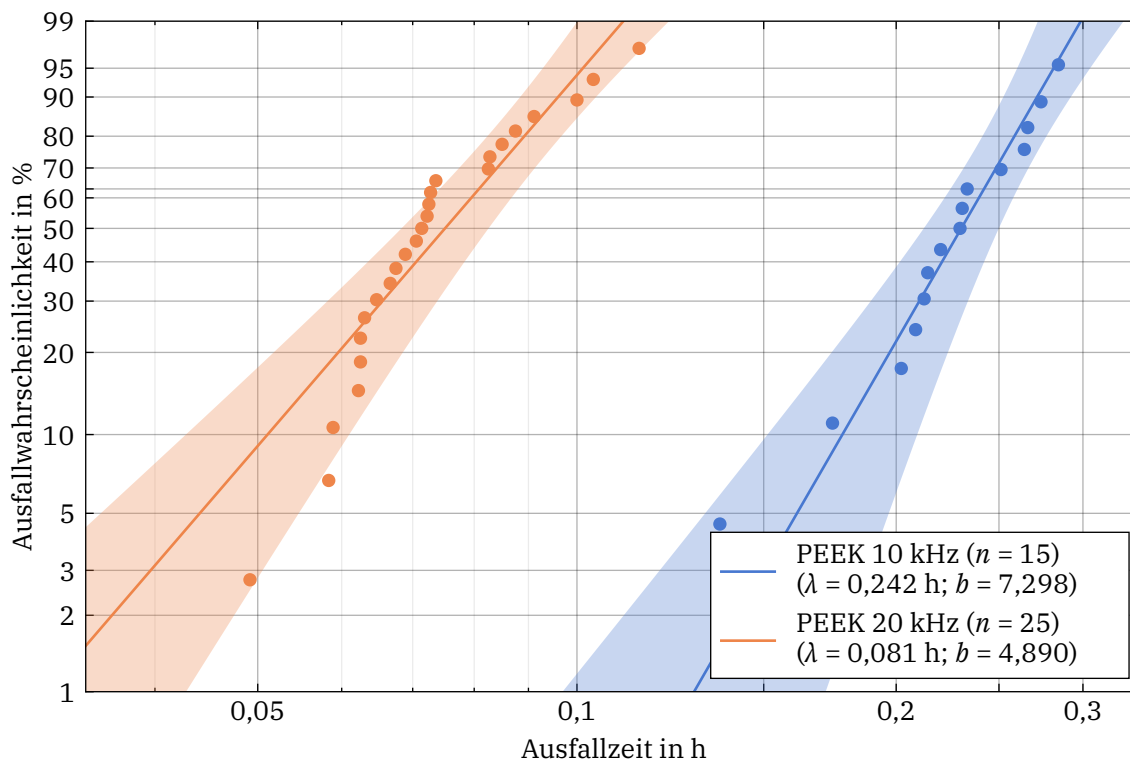


Abbildung 5.9: Messergebnisse für 10 kHz und 20 kHz bei 130 °C

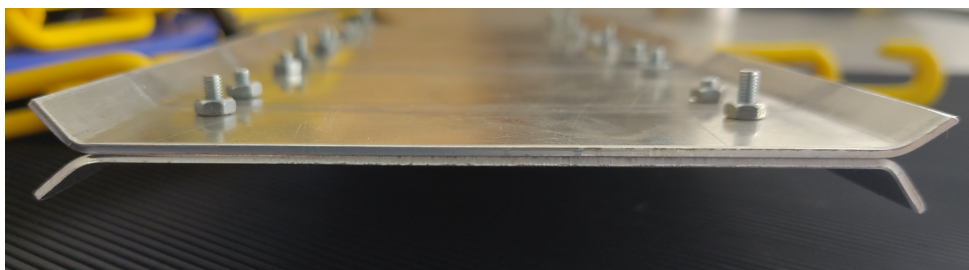


Abbildung 5.10: Profilansicht der Plattenanordnung nach Anpassung

Da keine Vergleichsmessung des Materials B mit der vorherigen Geometrie vorliegt, können die Ergebnisse nicht direkt gegenüber gestellt werden. Das Material nimmt einen erheblichen Einfluss auf den Formparameter, weshalb ebenfalls kein Vergleich zu Material A erfolgen kann. Als Alternative wird deswegen der Anteil an Ausreißern bestimmt und zur Beurteilung herangezogen. Dieser ist unter Umständen auch vom Material abhängig, allerdings kann hierdurch die Eignung des Materials für weitere Untersuchungen abgeschätzt werden. Abbildung 5.11 zeigt die Ergebnisse von sechs Durchgängen des Materials B bei 20 °C, rot markiert sind hierbei die Ausreißer nach M1L.

Das Diagramm zeigt, dass durch die M1L insgesamt sieben Messwerte als Ausreißer klassifiziert werden. Nach Entfernen dieser und Durchführen einer neuen MLE kann ein deutlicher Anstieg im Formparameter b festgestellt werden (von 1,416 auf 4,376).

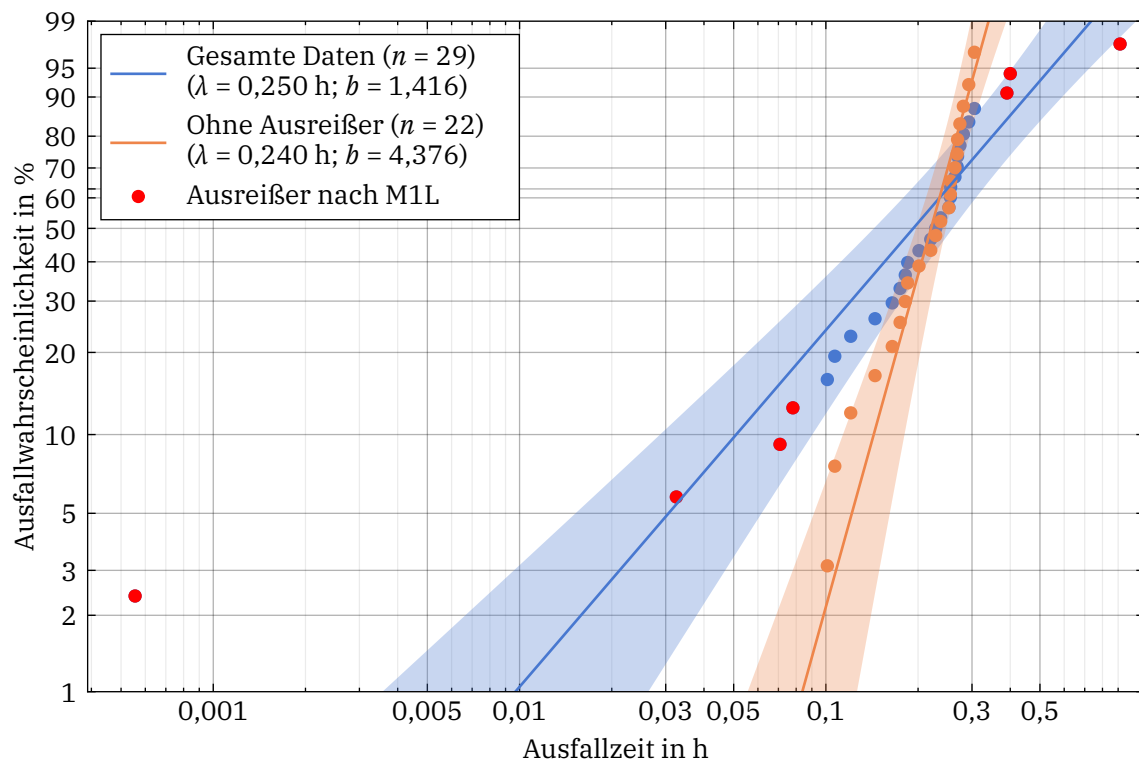


Abbildung 5.11: Material B bei 20 °C

Um die Anzahl der Ausreißer unter den Messreihen zu vergleichen, wird diese auf die Gesamtanzahl der Messwerte aus der entsprechenden Reihe bezogen. Da die M1L darauf basiert, dass die zugrundeliegende Verteilungsfunktion bekannt ist, kann die Messreihe bei 20 °C des Materials B nicht direkt mit der des Materials A bei gleicher Temperatur verglichen werden. Zur Abschätzung wird aus diesem Grund der Vergleich zu den Messungen gezogen, die einer zwei-parametrischen Weibull-Verteilung folgen. Die Gegenüberstellung erfolgt in Tabelle 5.3.

Tabelle 5.3: Ausreißervergleich nach Anpassung der Geometrie

Material	B		A		A	
ϑ	20 °C		130 °C		130 °C	
f	20 kHz		20 kHz		10 kHz	
	Anzahl	Anteil	Anzahl	Anteil	Anzahl	Anteil
M1L	7	29 %	3	12 %	2	13 %
MAD	5	17 %	3	12 %	1	8 %

Zunächst lässt sich zeigen, dass das Material B mehr als doppelt so viele relative Ausreißer gegenüber den anderen beiden Messreihen aufweist. Beachtet werden sollte hierbei die geringe Anzahl von 15 Messwerten der rechten Messreihe, da bei dieser ein zusätzlicher Ausreißer durch M1L zu einem relativen Anteil von 20 % führen würde. Des Weiteren ist

bei dem Vergleich der Ausreißertests erkennbar, dass der Trend zwischen den Messreihen grundsätzlich gleich ist. Außerdem klassifiziert die *MAD* in zwei von drei Fällen weniger Ausreißer als die M1L.

Basierend auf diesen Auswertungen kann weder bestätigt werden, dass die Änderung der Plattengeometrie zu einer geringeren Anzahl der Ausreißer geführt hat, noch dass Material B gegenüber Material A bevorzugt werden sollte. Schlussfolgerungen aus diesen Ergebnissen sollten ebenfalls vor dem Hintergrund der kleinen Messwertanzahl betrachtet werden und könnten sich bei weiteren Untersuchungen als falsch herausstellen.

Durch die Änderung der Geometrie sollte der Längeneffekt beim Vergleich zukünftiger Messreihen berücksichtigt werden. Grundsätzlich kann er genutzt werden, um Ausfallwahrscheinlichkeiten von kurzen Proben auf ausgedehntere Anordnungen zu übertragen. Der Ansatz liegt hierbei in der Multiplikation der Einzelwahrscheinlichkeiten F_1 unter bestimmten Bedingungen auf die gesuchte Länge [7]. Die Ausfallwahrscheinlichkeit einer Drahtprobe doppelter Länge berechnet sich demnach mit: $F = 1 - (1 - F_1)^2$. Für diesen Anwendungsfall ändert sich die unter Belastung stehende Länge der Drahtproben von 12 cm auf ca. 10,2 cm. Liegt eine Ausfallwahrscheinlichkeit der vorherigen Anordnung vor, so kann die Verkürzung durch $F_{\text{neu}} = F_{\text{alt}}^{10,2/12}$ berücksichtigt werden. Wird z. B. der Wert für ursprünglich 10 % gesucht, ergibt sich die neue Wahrscheinlichkeit zu

$$F = 1 - (1 - 0,1)^{0,85} \approx 8,5 \%$$

5.4 Zusätzliche Analyse der Verlustleistung

Bei jeder Lebensdaueruntersuchung werden manuell die Signalverläufe der Spannung aufgenommen, welche im Nachhinein weiter ausgewertet werden können. Dieser Abschnitt führt eine Analyse des Oberwellengehalts der erzeugten Spannung durch und vergleicht diesen mit den theoretischen Erwartungswerten. Die Verlustleistung kann nicht direkt bestimmt werden, jedoch wird während eines Durchgangs bei Raumtemperatur und offener Ofentür die Wärmeabgabe mithilfe einer Wärmebildkamera aufgenommen.

Der Oberwellengehalt wird anhand der *THD* (Gleichung 2.3) beschrieben. Für die theoretische Betrachtung wird das Signal durch ein gleichschenkliges Trapez angenähert und die Effektivwerte der Schwingungsanteile über eine Fourierreihe ermittelt. Weitere Details zur Berechnung können dem Anhang entnommen werden. Die Oberschwingungen des gemessenen Signals werden über eine Fast-Fourier-Transformation bestimmt und die *THD* mit der selben Gleichung berechnet. Der Signalverlauf der Spannung bei einer Frequenz von 20 kHz und 3 kV wird in Abbildung 5.12 gezeigt. Bei den für die gemessenen Signalformen angegebenen *THD*-Werten handelt es sich um den Mittelwert über die *THD* der jeweiligen τ und f Kombinationen. Zusammengestellt sind die Ergebnisse in Tabelle 5.4.

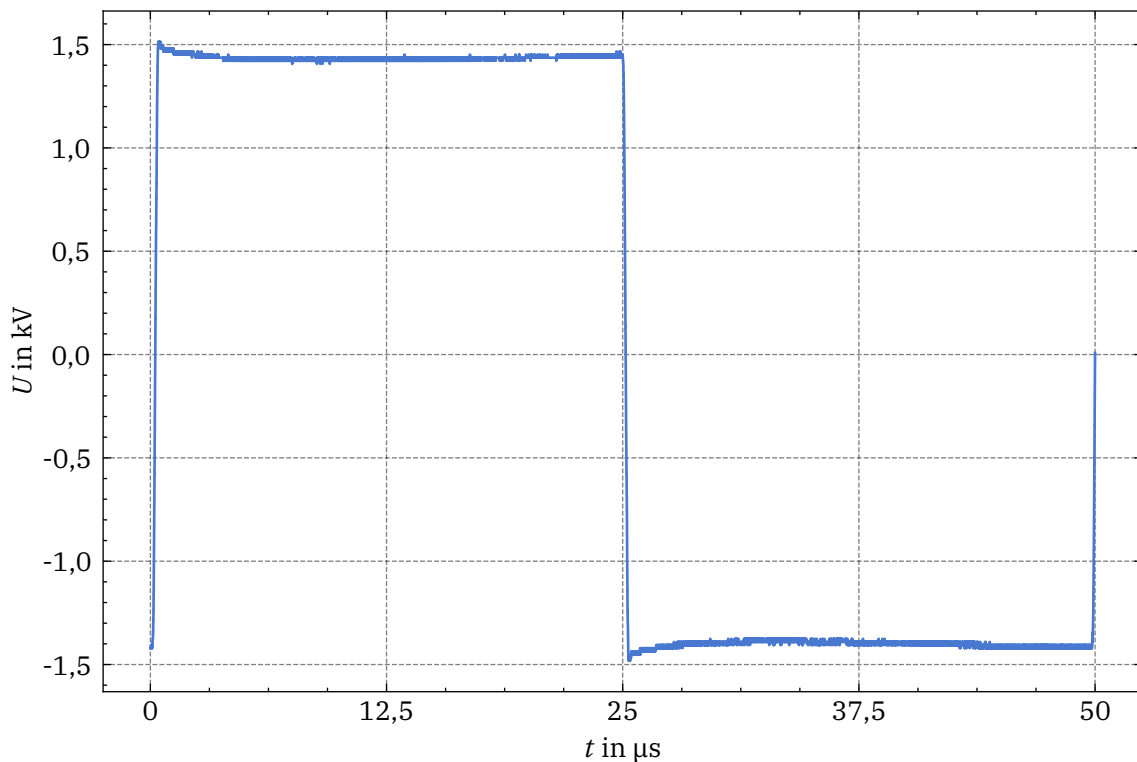


Abbildung 5.12: Spannungsverlauf bei 20 kHz

Tabelle 5.4: Vergleich Oberwellengehalt theoretisch und gemessen

Signalform	τ in ns	f in kHz	THD in %
Rechteck, ideal	-	-	48,3
gleichschenkliges Trapez, ideal	400	20	45,6507
gleichschenkliges Trapez, ideal	100	20	45,6507
gemessen	100	20	47,0112
gleichschenkliges Trapez, ideal	400	10	46,9891
gleichschenkliges Trapez, ideal	100	10	48,0026
gemessen	100	10	46,4355

Zunächst lässt sich feststellen, dass alle gezeigten Oberwellengehalte nahe der *THD* der Rechteck-Spannung liegen, wodurch eine hohe Verlustleistung aufgrund der Polarisierung erzeugt wird. Erwartungsgemäß zeigen die theoretischen Überlegungen einen höheren Oberwellengehalt bei einer Kombination kleiner Frequenz und Flankensteilheit, da sich die Signalform dem Rechteckverlauf nähert. Weiterhin bietet das gleichschenklige Trapez durch die maximale Differenz von 2,4 % eine ausreichend gute Näherung, um den Oberwellengehalt des realen Signals abzuschätzen.

Um die Wärmeentwicklung der Prüflinge während eines Versuchs zu ermitteln, wird eine der letzten Versuchsdurchgänge mit offener Tür unter Raumtemperatur durchgeführt.

Abbildung 5.13 zeigt zunächst eine Wärmebildaufnahme zu dem Zeitpunkt der maximal gemessenen Temperatur. Eindeutig kann die Position der Prüflinge über ihre Wärmeabgabe zugeordnet werden.

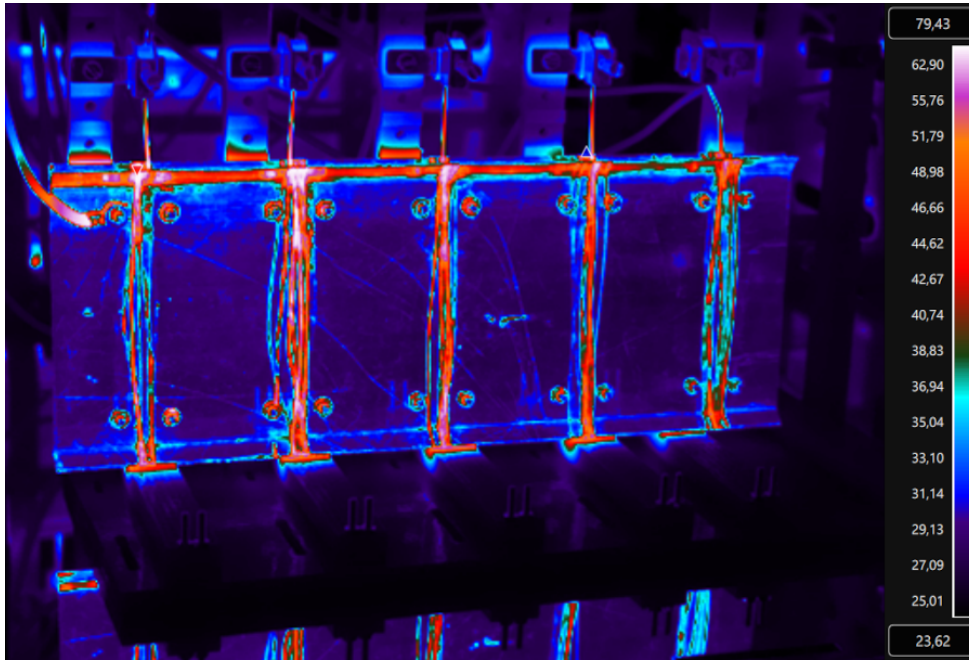


Abbildung 5.13: Aufnahme einer Wärmebildkamera während Lebensdaueruntersuchung

Zusätzlich wird die maximale Temperatur während des Durchgangs ausgewertet, zu sehen in Abbildung 5.14. Eingezeichnet sind die Ausfallzeiten der untersuchten Prüflinge in Orange. Nach den jeweiligen Ausfällen ist ein Einbruch der Temperatur zu erkennen, welcher zu späteren Zeiten aufgrund der geringeren Anzahl an Prüflingen stärker ausgeprägt ist. Interessant ist ebenfalls die Höchsttemperatur von ca. 81 °C, welche deutlich über der Raumtemperatur von 23 °C liegt.

5.5 Beispielhafte Signifikanzanalyse

Zu diesem Zeitpunkt sind alle Durchgänge dieser Arbeit abgeschlossen, weshalb sich dieser Abschnitt mit einer beispielhaften Signifikanzanalyse beschäftigt und die Vorgehensweise zeigt, wie sie für zukünftige Auswertungen genutzt werden kann. Da nicht ausreichend Messreihen zur Verfügung stehen, um auch Wechselwirkungen zu untersuchen, wird eine Analyse der Hauptfaktoren durchgeführt.

Untersucht werden die Faktoren Frequenz und Temperatur aus den Messreihen dieser Arbeit als auch der Faktor Spannung aus historischen Daten. Für die Untersuchung von Frequenz und Temperatur werden die Messergebnisse aus den Durchgängen 130 °C mit 20 kHz, 50 °C mit 20 kHz und 50 °C mit 10 kHz verwendet. Die Messwerte für den Einfluss der Spannung stammen aus [35].

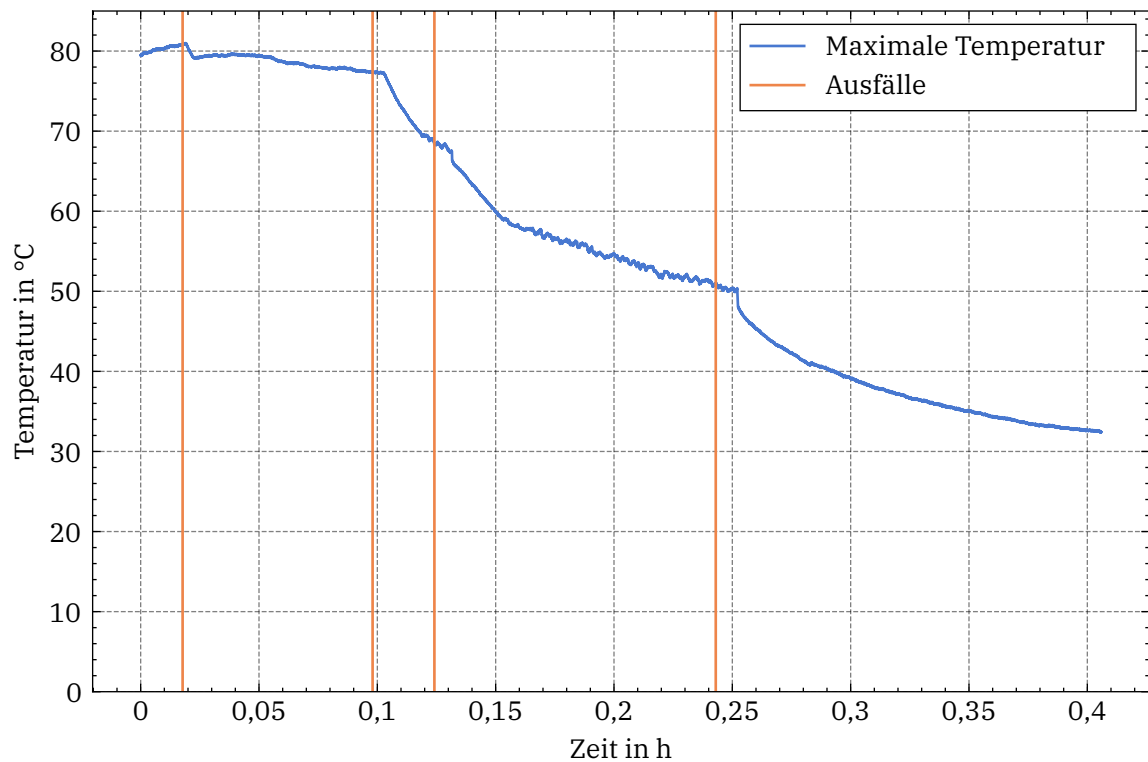


Abbildung 5.14: Temperaturverlauf bei Raumtemperatur mit Ausfällen

Für das GLLM wird der Ansatz nach Gleichung 5.2 bzw. 5.3 genutzt, der Parameterraum für θ setzt sich für die erste Untersuchung demnach aus β_f , β_g , β_0 und b zusammen.

$$\lambda = \exp(\beta_f \cdot f + \beta_g \cdot g + \beta_0) \quad (5.2)$$

$$\lambda = \exp(\beta_U \cdot U + \beta_0) \quad (5.3)$$

Das Schema der Messwerttabelle für die Untersuchung von Frequenz und Temperatur kann Tabelle 5.5 entnommen werden. Da lediglich die Signifikanz getestet wird, werden die untersuchten Größen durch die kodierten Werte -1 und $+1$ abgebildet.

Tabelle 5.5: Schema Messwerttabelle für Signifikanzanalyse mit MLE und GLLM

Frequenz	Temperatur	Lebensdauer
$+1$	$+1$	$t_{1,1}$
\vdots	\vdots	\vdots
$+1$	$+1$	$t_{1,N}$
$+1$	-1	$t_{2,1}$
\vdots	\vdots	\vdots
$+1$	-1	$t_{2,N}$
-1	-1	$t_{3,1}$
\vdots	\vdots	\vdots
-1	-1	$t_{3,N}$

Nach erfolgreicher Schätzung liegen die Ergebnisse aus Tabelle 5.6 vor. Aufgeführt sind die Parameter mit ihren geschätzten Werten, den damit verbundenen Standardfehlern als auch der gesuchten Statistikwahrscheinlichkeiten. Entsprechend der Erwartung kann erkannt werden, dass bei beiden Untersuchungen alle Parameter hochsignifikant sind und damit in das Modell mit aufgenommen werden sollten.

Tabelle 5.6: Ergebnisse Signifikanzanalyse von Frequenz, Temperatur und Spannung

Parameter	$\hat{\theta}_k$	$SE(\hat{\theta}_k)$	p -Wert
β_f	-0,1106	0,0164	$<1 \cdot 10^{-5}$
β_g	-0,0108	0,0017	$<1 \cdot 10^{-5}$
β_0	1,0331	0,3988	0,0096
b	0,6892	0,0952	$<1 \cdot 10^{-5}$
β_U	-0,6066	0,0637	$<1 \cdot 10^{-5}$
β_0	-1,1887	0,1614	$<1 \cdot 10^{-5}$
b	1,3616	0,0782	$<1 \cdot 10^{-5}$

5.6 Zusammenstellung der Ergebnisse

Dieses Kapitel zeigt die Anwendung der statistischen Methoden für verschiedene Problemstellungen und die damit gewonnenen Ergebnisse. Zur besseren Übersicht werden die Erkenntnisse in diesem Abschnitt zusammengefasst.

Nach ersten Messungen konnte festgestellt werden, dass die Anzahl an Replikationen, von ursprünglich fünf, nicht ausreicht. Mithilfe einer Monte-Carlo-Simulation und zusätzlichen Messreihen konnte für eine Zeitdifferenz von 0,02 h die Mindestanzahl 20 bzw. 25 ermittelt werden. Auf weitere Messreihen folgte die Analyse der Abweichung zu der angenommenen Verteilungsfunktion. In diesem Zusammenhang wurde das gemischte Modell vorgestellt, welches sich aus zwei einzelnen Funktionen zusammensetzt. Anhand einer weiteren Monte-Carlo-Simulation und zusätzlichen Kriterien wird die Anwendung von Methoden zur Modellbeurteilung gezeigt. Das Ergebnis ist die Bevorzugung des komplexeren, gemischten Modells.

Um ein möglichst simples Modell als Grundlage vorauszusetzen, werden die Frühausfälle durch Verfolgen verschiedener Ansätze untersucht. Hier wird gezeigt, dass die Frühausfälle nicht allgemein im Zusammenhang mit kürzeren Lebensdauern auftreten. Nach weiteren Überlegungen wurde die Plattenanordnung abgeändert, um mögliche Ausfälle durch mechanische Beschädigungen auszuschließen. Durch die Auswertung kann jedoch keine verlässliche Aussage über den Erfolg dieser Maßnahme getroffen werden.

Die Untersuchung des Spannungsverlaufs weist zunächst den hohen Oberwellengehalt des Umrichters nach. Die Verwendung einer Wärmebildkamera und die Aufnahme der maximalen Temperatur über den Versuchsdurchgang liefert weitere Informationen über

die thermische Belastung. Hierdurch kann die Vermutung aufgestellt werden, dass aufgrund des Temperaturverlaufs die Ausfallzeiten nicht mehr unabhängig voneinander sind bzw. die thermische Belastung nicht konstant ist. Dies könnte am Anfang der Durchgänge zu einer höheren Belastung und den damit verbundenen Frühausfällen führen.

6 Modell-Versuch

Dieses Kapitel beschreibt die allgemeine Vorgehensweise, die auf einen erfolgreichen Screening-Versuch aufbaut. Als Erstes werden die Erwartungen an den Versuchsplan und die davon erhofften Ergebnisse aufgezeigt. Hierauf folgen die Möglichkeiten und Herausforderungen, welche sich bei der Erstellung des Versuchsplans bieten. Abgeschlossen wird das Kapitel mit einer exemplarischen Aufstellung eines Lebensdauermodells in Abhängigkeit der Spannung, gestützt auf die bereits in vorherigen Abschnitten genutzten historischen Daten.

6.1 Ziel und Anforderungen

Bevor die Planung des Modell-Versuchs gestartet werden kann, sollten zunächst alle relevanten Faktoren und Wechselwirkungen auf ihre Signifikanz geprüft werden. Dies kann durch einen Screening-Versuch, wie in dieser Arbeit vorgestellt, erfolgen. Es sollte außerdem sichergestellt werden, dass Messreihen reproduzierbar in ihren Ergebnissen sind und möglichst alle Störgrößen bekannt, idealerweise kontrolliert sind.

Unter diesen Voraussetzungen liegt das Ziel des Plans darin, ein mathematisches Modell zu finden, welches die Lebensdauer unter dem Einfluss der ausgewählten Faktoren abbilden kann. Erstrebenswert ist es hier, bei minimalem Ressourcenaufwand zu einer maximalen Aussagekraft zu gelangen. Was als eine ausreichende Aussagekraft gilt, kann je nach Anwendungsfall variieren und sollte vor dem Erstellen des Versuchsplans festgelegt werden, da dieser hierdurch wesentlich beeinflusst wird.

6.2 Optimierter Versuchsplan

Basierend auf den Ergebnissen des Screening-Versuchs kann sich zwischen einem vollfaktoriellen und einem fraktionell-faktoriellen Design entschieden werden. Letzteres erfordert jedoch, dass bestimmte Wechselwirkungen ausgeschlossen werden können, um eine Vermengung der Ergebnisse zu vermeiden.

Die Anzahl der Stufen wird für diesen Versuchsplan je nach Faktor und Wechselwirkung variabel angepasst. So genügt es bei linearen Zusammenhängen die zwei Faktorstufen aus dem Screening-Versuch beizubehalten, für exponentielle Verläufe sind mindestens drei Stufen notwendig. Auch bei diesem Versuchsplan sind die äußersten Grenzen und Faktorstufen zunächst durch den Prüfstand vorgegeben. Innerhalb dieses Versuchsraums können weitere Einschränkungen, wie z. B. die PDIV oder der Zeitaufwand auftreten. An dieser Stelle kann der Versuchsaufwand reduziert werden, indem Faktorstufenkombinationen

nen aus dem Screening-Versuch und die dadurch bereits ermittelten Messwerte verwendet werden.

Wird das Ziel verfolgt, mit dem Modell Zusammenhänge über die bestimmten Grenzen zu extrapolieren, so ist es möglich, zunächst den Versuchsraum absichtlich einzuschränken. Ein Modell, das auf Basis dieser reduzierten Informationen geschätzt wird, kann daraufhin mit Messreihen außerhalb des Bereichs verglichen werden, um eine Einschätzung für die Güte des Prognosemodells zu erhalten. [18, 23]

6.3 Beispielhafte Auswertung

Der folgende Abschnitt führt die Auswertung anhand der historischen Daten aus [35] durch. Als Ansatz wird das GLLM, wie es bereits in der Signifikanzanalyse verwendet wurde, als Grundlage genutzt. Sollte in einer zukünftigen Auswertung ein alternatives Modell verwendet werden, kann die gezeigte Methodik auf dieses übertragen werden. Nachfolgend wird zudem das Einbinden anerkannter Lebensdauermodelle in das GLLM beschrieben. Die Überführung erfolgt für die beiden anerkannten Lebensdauermodelle der Spannung, dem Potenzgesetz (PG, Gleichung 2.4) und dem Logarithmisch-Linearen-Gesetz (LLG, Gleichung 2.5).

Das LLG wird bereits bei der Signifikanzanalyse verwendet und kann direkt als Ansatz genutzt werden (Gleichung 6.1). Das PG hingegen muss über die Transformation der Spannung und des Parameters β_0 durch den natürlichen Logarithmus in das GLLM übertragen werden, zu sehen in Gleichung 6.2.

$$\lambda_{\text{LLG}} = \exp(\beta_{\text{LLG,U}} \cdot U + \beta_{\text{LLG,0}}) \quad (6.1)$$

$$\lambda_{\text{PG}} = U^{\beta_{\text{PG,U}}} \cdot \beta_{\text{PG,0}} = \exp(\beta_{\text{PG,U}} \cdot \ln U + \ln \beta_{\text{PG,0}}) \quad (6.2)$$

Die zur Verfügung stehenden Messreihen liefern die Lebensdauerwerte für die Faktorstufen $f = 20 \text{ kHz}$, $\tau = 100 \text{ ns}$ und $\vartheta = 155 \text{ °C}$. Die Spannung wird von 1,5 kV bis 3 kV in 0,5 kV Schritten variiert. Zur Ausführung der MLE liegen die Messwerte entsprechend Tabelle 6.1 vor. Zu beachten ist hierbei, dass die Faktorstufen mit ihren Einstellwerten und nicht in der kodierten Darstellung eingetragen sind. Alternativ ist auch eine Normierung der Werte möglich.

Tabelle 6.1: Schema Messwerttabelle für Modellbildung mit MLE und GLLM

Spannung	Lebensdauer
1,5 kV	$t_{1,1}$
⋮	⋮
1,5 kV	$t_{1,N}$
⋮	⋮
3,0 kV	$t_{3,N}$

Die Ergebnisse der geschätzten Parameter können der Tabelle 6.2 entnommen werden. Angegeben sind neben den Werten und Standardfehlern die oberen und unteren Konfidenzintervalle.

Mithilfe der Parameterwerte werden die Median-Lebensdauern für beide Ansätze über die Gleichung 2.12 berechnet. Verglichen werden können diese in Abbildung 6.1 mit den Median-Lebensdauern der jeweiligen Messreihen.

Tabelle 6.2: Ergebnisse Modellparameter für Spannung

Parameter	$\hat{\theta}_k$	$SE(\hat{\theta}_k)$	$\hat{\theta}_{ku}^1$	$\hat{\theta}_{ko}^1$
$\beta_{LLG,U}$	-1,0248	0,0463	-1,1156	-0,9339
$\beta_{LLG,0}$	-0,0613	0,1102	-0,2773	0,1547
b_{LLG}	1,1279	0,0680	0,9946	1,2611
$\beta_{PG,U}$	-2,2569	0,0948	-2,4426	-2,0711
$\beta_{PG,0}$	-0,6226	0,0803	-0,7801	-0,4652
b_{PG}	1,2181	0,0678	1,0851	1,3510

¹ 95 % Konfidenzintervalle

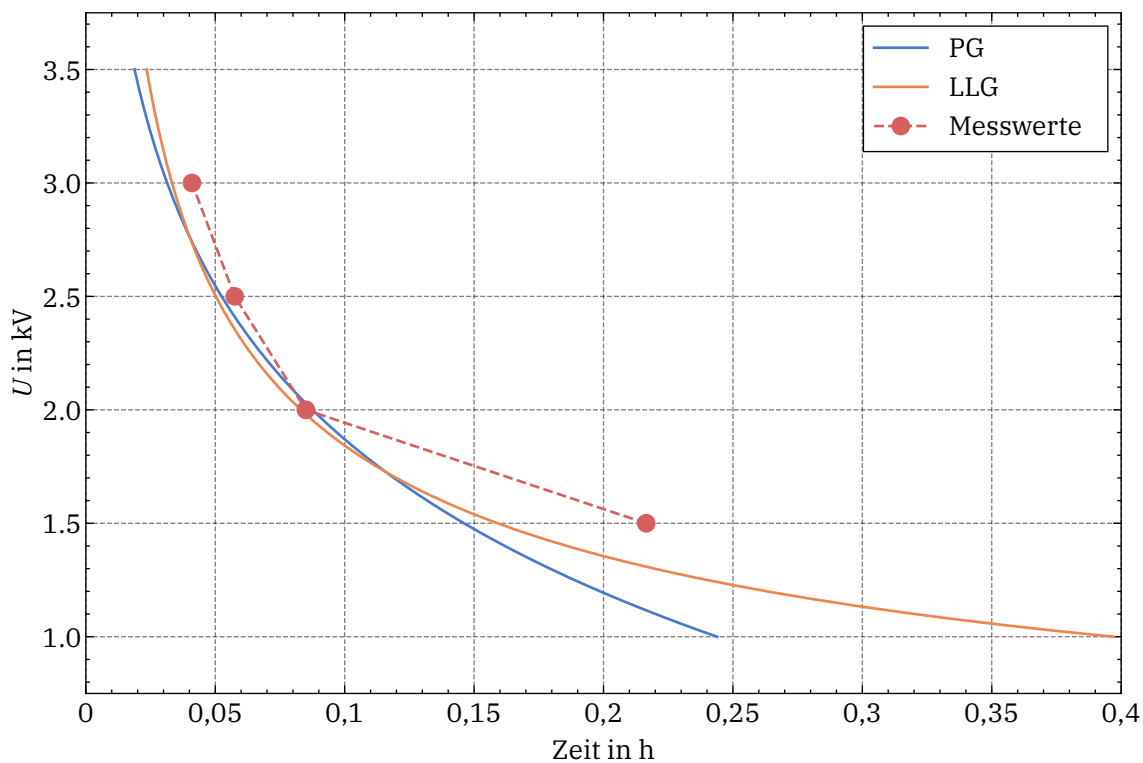


Abbildung 6.1: Vergleich Median-Lebensdauer Messwerte, PG und LLG

Zu erkennen ist eine Übereinstimmung der Modelle mit den Messwerten bei 2 kV bis 3 kV. Bei einem Spannungswert von 1,5 kV ist jedoch eine größere Abweichung als ca. 0,05 h festzustellen. Weiterhin sind die Kurven der Modelle für Werte außerhalb des Messwertbereichs extrapoliert, wobei die Übereinstimmung bei steigender Spannung beibehalten werden kann. In Richtung kleinerer Spannungen wird die Differenz zwischen PG und LLG jedoch größer. Um eine Aussage über die Güte dieser Extrapolationen treffen zu können, könnte eine Messreihe zur Bestätigung oder Ablehnung eines der Modelle durchgeführt werden.

7 Fazit und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein Versuchsplan entwickelt, der die Voraussetzungen für ein allgemeines Lebensdauermodell gibt. Anhand verschiedener Messreihen konnte dieser Versuchsplan getestet werden. Während der Erprobung wurden diverse statistische Methoden angewendet, um die auftretenden Probleme zu bewerten und Lösungsansätze zu finden.

Es konnte gezeigt werden, dass eine Mindestanzahl von 20 bis 25 Prüflingen per Durchgang notwendig ist. Weiterhin wurden Messreihen bei Temperaturen ≤ 50 °C auf ihre Übereinstimmung mit einer zwei-parametrischen Weibull-Verteilung geprüft. Erkannt wurde hier, dass die Messwerte nicht durch eine einzelne Verteilungsfunktion abgebildet werden können. Demzufolge wurde das gemischte Modell vorgestellt und gezeigt, dass dieses selbst unter Berücksichtigung der steigenden Komplexität durch zusätzliche Parameter bevorzugt werden sollte. Die Untersuchung mit einer Wärmebildkamera führte zu der Vermutung, dass die thermische Belastung bei diesen Temperaturen nicht konstant ist und sich daraus eine fehlende Unabhängigkeit der Messwerte ergibt. Die Vermutung stellt eine mögliche Ursache dar, konnte jedoch nicht während der Bearbeitungszeit bestätigt oder widerlegt werden.

Für das weitere Vorgehen lassen sich zwei Entscheidungsmöglichkeiten für den Umgang mit den Frühausfällen aufzeigen: Die erste besteht darin, den Ansatz dieser Arbeit weiterzuverfolgen und die Ursachen für die Abweichung durch weitere Messungen zu finden. Sinnvoll wäre dazu die Wärmeentwicklung mithilfe des Temperaturverlaufs zu untersuchen. Als Kontrollmessung könnten mehrere Durchgänge mit nur jeweils einem Prüfling durchgeführt werden, um die thermische Belastung durch andere Prüflinge zu verhindern. Sollte sich diese Hypothese bewahrheiten, könnten Überlegungen zu einer neuen Versuchsanordnung, welche eine bessere thermische Isolierung zwischen den Prüflingen bietet, angestellt werden. Ein weiterer Grund für die Abweichung könnte in der unzureichenden Reinheit der Plattenanordnung liegen, da durch die Teilentladungen chemische Prozesse stattfinden, welche Rückstände auf der Oberfläche hinterlassen. Hier könnte zunächst untersucht werden, ob durch Reinigung der Anordnung vor jedem Durchgang eine Besserung erzielt werden kann. Alternativ ist es möglich die Oberfläche mit Silberlack zu beschichten, da dieser weniger stark reagiert und somit die Oberflächenverschmutzung verhindern könnte.

Als zweite Variante bietet sich der Ansatz auf Basis der gemischten Verteilung an, d. h. die beobachteten Frühausfälle mit in das finale Alterungsmodell aufzunehmen. Um diese

durch die MLE schätzen zu lassen, ist es notwendig das entsprechende Modell über die Schnittstelle der *lifelines*-Bibliothek zu definieren. Eine Möglichkeit die Parameteranzahl zu reduzieren stellt sich unter anderem durch einen gemeinsamen Parameter b dar. Die anderen Parameter könnten beispielhaft über Abhängigkeiten der Einflüsse \vec{x} und ihre Faktoren $\vec{\beta}$ folgendermaßen definiert werden.

$$\lambda_1 = f(\vec{\beta}_1, \vec{x})$$

$$\lambda_2 = f(\vec{\beta}_2, \vec{x})$$

$$r = f(\vec{\beta}_r, \vec{x})$$

Weiterhin sollten für die Bewertung der geschätzten Verteilungsfunktion die Vertrauensintervalle mithilfe der Delta-Methode entwickelt werden. Diese sind zum Zeitpunkt dieser Arbeit weder Teil der *lifelines*-, noch der *reliability*-Bibliothek.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Verlauf einer beispielhaften Rechteck-Spannung für verschiedene Termanzahlen k der Fourierreihe	5
2.2	Faktoren ohne (links) und mit (rechts) Wechselwirkung	9
2.3	Dichtefunktion und Ausfallwahrscheinlichkeit der zwei-parametrischen Weibull-Verteilung	12
2.4	Wahrscheinlichkeitsdiagramm für Weibull- und Exponentialverteilung	17
3.1	Schematischer Versuchsaufbau mit (1) DC-Spannungsquelle, (2) Umrichter, (3) Kontakte zur Feststellung der Ausfälle, (4) Industrieofen mit Prüflingen, (5) differentieller Tastkopf und (6) Oszilloskop	23
3.2	Versuchsaufbau bestehend aus (1) Industrieofen, (2) Prüflingshalterung, (3) Verbindung zum Umrichter, (4) Einschub Steuerungstechnik, (5) Umrichter, (6) DC-Spannungsquelle und (7) Oszilloskop	24
3.3	Signaldefinitionen (nicht maßstabsgetreu)	25
3.4	Prüfling nach der Herstellung mit Maßangaben	27
3.5	Plattenanordnung mit eingespannten Prüflingen	27
3.6	TE während eines Lebensdauerversuchs, ohne (links) und mit (rechts) Ausfall .	28
5.1	Messergebnisse bei 50 °C und 130 °C mit 5 Ausfällen	34
5.2	Simulationsergebnisse zur Erkennung von $\Delta\lambda = 0,02$ h mit $\alpha = 0,05$	35
5.3	Messergebnisse nach der Erhöhung der Prüflingsanzahl auf 25	35
5.4	Messergebnisse bei 50 °C mit 25 und 35 Ausfällen	36
5.5	Gemischtes Weibullmodell für 50 °C mit 35 Ausfällen	37
5.6	Histogramm der Messergebnisse bei 50 °C	38
5.7	AD^* Nullverteilung für φ_{W2} (oben) und φ_{WM} (unten)	40
5.8	Messergebnisse für 130 °C und 20 °C	42
5.9	Messergebnisse für 10 kHz und 20 kHz bei 130 °C	43
5.10	Profilansicht der Plattenanordnung nach Anpassung	43
5.11	Material B bei 20 °C	44
5.12	Spannungsverlauf bei 20 kHz	46
5.13	Aufnahme einer Wärmebildkamera während Lebensdaueruntersuchung	47
5.14	Temperaturverlauf bei Raumtemperatur mit Ausfällen	48
6.1	Vergleich Median-Lebensdauer Messwerte, PG und LLG	53
A.1	Trapeznäherung der Fourier-Reihe	71

Tabellenverzeichnis

2.1 Elektrische Eigenschaften PEEK [8]	4
2.2 Vollfaktorieller Versuchsplan mit den Hauptfaktoren A , B und C	10
2.3 Fraktionell-faktorieller Versuchsplan mit den Hauptfaktoren A , B und C	10
4.1 Screening-Versuchsplan	30
4.2 Faktorstufen für den Screening-Versuch	32
5.1 AD_{krit} -Werte für zwei-parametrische Weibull-Verteilungen, vgl. [29, Tab. 3]	39
5.2 MLE Ergebnisse für Durchgang 19	40
5.3 Ausreißervergleich nach Anpassung der Geometrie	44
5.4 Vergleich Oberwellengehalt theoretisch und gemessen	46
5.5 Schema Messwerttabelle für Signifikanzanalyse mit MLE und GLLM	48
5.6 Ergebnisse Signifikanzanalyse von Frequenz, Temperatur und Spannung	49
6.1 Schema Messwerttabelle für Modellbildung mit MLE und GLLM	52
6.2 Ergebnisse Modellparameter für Spannung	53
A.1 Auswertung für PEEK-130 °C, 20 kHz	65
A.2 Auswertung für PEEK-130 °C, 10 kHz	65
A.3 Auswertung für PEEK-20 °C, 20 kHz	66
A.4 Auswertung für PEEK-50 °C, 20 kHz	66
A.5 Auswertung für Mat. B-20 °C, 20 kHz	67
A.6 Auswertung für PEEK-155 °C, 20 kHz	67

Abkürzungsverzeichnis

ADT	Anderson-Darling-Test
DoE	Design of Experiments <i>dt. statistische Versuchsplanung</i>
GLLM	Generalized Logarithmic Linear Model <i>dt. Verallgemeinertes logarithmisch-lineares Modell</i>
LLG	Logarithmisch-Lineares-Gesetz
LRT	Likelihood-Ratio-Test
M1L	Methode Eins nach van der Loo, [32]
MCS	Monte-Carlo-Simulation
MLE	Maximum-Likelihood-Estimation
PDIV	Partial Discharge Inception Voltage <i>dt. TE-Einsatzspannung</i>
PEEK	Polyetheretherketon
PG	Potenzgesetz
RTC	Real Time Clock
TE	Teilentladung
TEAM	Thermal Electrical Ambient Mechanical
UV	Ultraviolett

Quellenverzeichnis

- [1] B. Sahan u. a. “Modular Dv/Dt Pulse Generator Testbench for Insulation Endurance Assessment”. In: (2024), 3406 KB, 5 pages. ISSN: 1863-5598. DOI: 10.25968/OPUS-3119.
- [2] C. Davidson-Pilon. *Lifelines, Survival Analysis in Python*. Version v0.30.0. Zenodo, 29. Okt. 2024. DOI: 10.5281/ZENODO.14007206.
- [3] M. Reid. *MatthewReid854/Reliability: V0.5.1*. Version v0.5.1. Zenodo, 10. Juli 2020. DOI: 10.5281/ZENODO.3938000.
- [4] S. Bracke. *Technische Zuverlässigkeit: Datenanalytik, Modellierung, Risikoprognose*. 1. Aufl. 2022. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2022. 1 S. ISBN: 978-3-662-65015-8. DOI: 10.1007/978-3-662-65015-8.
- [5] B. Bertsche und M. Dazer. *Zuverlässigkeit im Fahrzeug- und Maschinenbau: Ermittlung von Bauteil- und System-Zuverlässigkeiten*. 4. Auflage, korrigierte Publikation 2023. Lehrbuch. Berlin: Springer Vieweg, 2023. 596 S. ISBN: 978-3-662-65024-0 978-3-662-65023-3.
- [6] G. C. Stone u. a., Hrsg. *Electrical Insulation for Rotating Machines: Design, Evaluation, Aging, Testing, and Repair*. Second edition. Hoboken, New Jersey: Wiley, 2014. 1 S. ISBN: 978-1-118-89229-9 978-1-118-89240-4.
- [7] A. Küchler. *Hochspannungstechnik: Grundlagen - Technologie - Anwendungen*. 4. Aufl. 2017. VDI-Buch. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2017. 1 S. ISBN: 978-3-662-54699-4 978-3-662-54700-7. DOI: 10.1007/978-3-662-54700-7.
- [8] *Technical Data Sheet: iPEEK PEEK®*. URL: <https://www.peekfactory.com/Public/Uploads/Sheet/PEEK.pdf>.
- [9] K. Schon. *Hochspannungsmesstechnik: Grundlagen - Messgeräte - Messverfahren*. 2nd ed. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, 2021. 1 S. ISBN: 978-3-658-33793-3.
- [10] B. Hu u. a. “A Partial Discharge Study of Medium-Voltage Motor Winding Insulation Under Two-Level Voltage Pulses With High Dv/Dt”. In: *IEEE Open Journal of Power Electronics* 2 (2021), S. 225–235. ISSN: 2644-1314. DOI: 10.1109/ojpel.2021.3069780.
- [11] M. Sheikholeslami Kandelousi, Hrsg. *Electric Field*. IntechOpen, 2018. 1 S. ISBN: 978-1-83881-429-8 978-1-78923-187-8 978-1-78923-186-1.
- [12] X. Zhou u. a. “Insulation for Rotating Low-Voltage Electrical Machines: Degradation, Lifetime Modeling, and Accelerated Aging Tests”. In: *Energies* 17.9 (23. Apr. 2024), S. 1987. ISSN: 1996-1073. DOI: 10.3390/en17091987.

- [13] W. Grellmann und S. Seidler. *Kunststoffprüfung*. 4., überarbeitete Auflage. Hanser eLibrary. München: Hanser, 2025. 1 S. ISBN: 978-3-446-44718-9 978-3-446-48105-3. DOI: 10.3139/9783446481053.
- [14] A. D. Drozdov und J. deClaville Christiansen. “Thermo-Mechanical Behavior of Poly(Ether Ether Ketone): Experiments and Modeling”. In: *Polymers* 13.11 (28. Mai 2021), S. 1779. ISSN: 2073-4360. DOI: 10.3390/polym13111779.
- [15] *IEC 60505 - Evaluation and Qualification of Electrical Insulation Systems*. Ed. 4.0. Norme Internationale IEC 60505. Geneva: International Electrotechnical Commission, 2011. 151 S. ISBN: 978-2-88912-539-5.
- [16] K. Siebertz, D. van Bebber und T. Hochkirchen. *Statistische Versuchsplanung: Design of Experiments (DoE)*. 2. Aufl. 2017. VDI-Buch. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2017. 1 S. ISBN: 978-3-662-55743-3. DOI: 10.1007/978-3-662-55743-3.
- [17] A. Kremer. *Statistische Versuchsplanung in der Lebensdauererprobung mit Vertrauensintervallen*. Berichte aus dem Institut für Maschinenelemente Bericht Nr. 202. Stuttgart: Institut für Maschinenelemente, 2021. 160 S. ISBN: 978-3-948308-02-5.
- [18] A. Kremer, A. Scholzen und B. Bertsche. *Praktische Ermittlung von Lebensdauer- und Zuverlässigkeitsmodellen für Zahnriemengetriebe*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2024. 1 S. ISBN: 978-3-662-67345-4. DOI: 10.1007/978-3-662-67345-4.
- [19] B. Klein. *Versuchsplanung - DoE Einführung in Die Taguchi/Shainin-Methodik ; [Für Ingenieure Und Techniker in Entwicklung, Konstruktion, Fertigung Und Qualitätssicherung]*. 3., korrigierte und erw. Aufl. Oldenbourg, 2011. ISBN: 978-3-486-70684-0.
- [20] W. Kleppmann. *Versuchsplanung: Produkte und Prozesse optimieren*. 9., überarbeitete Auflage. Praxisreihe Qualitätswissen. München Wien: Hanser, 2016. 349 S. ISBN: 978-3-446-43752-4 978-3-446-44716-5.
- [21] W. Hauschild und W. Mosch. *Statistical Techniques for High-Voltage Engineering*. English ed. IEE Power Series 13. London: P. Peregrinus on behalf of the Institution of Electrical Engineers, 1992. 310 S. ISBN: 978-0-86341-205-9.
- [22] W. Q. Meeker, L. A. Escobar und F. G. Pascual. *Statistical Methods for Reliability Data*. Second edition. Wiley Series in Probability and Statistics. Hoboken, NJ: Wiley, 2022. 659 S. ISBN: 978-1-118-11545-9.
- [23] Y. A. W. Shardt. *Methoden der Statistik und Prozessanalyse: Eine Anwendungsorientierte Einführung*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin / Heidelberg, 2021. 1 S. ISBN: 978-3-662-61626-0.
- [24] H. Rinne. *Taschenbuch der Statistik*. 4., vollst. überarb. und erw. Aufl. Frankfurt am Main: Deutsch, 2008. 1060 S. ISBN: 978-3-8171-1827-4 978-3-8085-5682-5.

- [25] *Methods and Formulas for Probability Plot in Individual Distribution Identification*. URL: <https://support.minitab.com/en-us/minitab/help-and-how-to/quality-and-process-improvement/quality-tools/how-to/individual-distribution-identification/methods-and-formulas/probability-plot/> (besucht am 21. 06. 2025).
- [26] *The Weibull Distribution*. URL: https://help.reliasoft.com/reference/life_data_analysis/lda/the_weibull_distribution.html (besucht am 21. 06. 2025).
- [27] G. Heinze u. a. “Klassische Methoden der Variablenselektion”. In: *Moderne Verfahren der Angewandten Statistik*. Hrsg. von J. Gertheiss, M. Schmid und M. Spindler. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2024, S. 1–39. ISBN: 978-3-662-63496-7. DOI: 10.1007/978-3-662-63496-7_10-1.
- [28] J. Kuha. “AIC and BIC: Comparisons of Assumptions and Performance”. In: *Sociological Methods & Research* 33.2 (Nov. 2004), S. 188–229. ISSN: 0049-1241, 1552-8294. DOI: 10.1177/0049124103262065.
- [29] J. W. Evans, R. A. Johnson und D. W. Green. “Two- and Three- Parameter Weibull Goodness-of-Fit Tests”. In: *U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory* (Vol. 493 1989).
- [30] L. Sachs. “Statistische Methoden. 2: Mit 48 Tabellen und 21 Übersichten”. In: Berlin Heidelberg: Springer, 1990. ISBN: 978-3-540-52025-2.
- [31] C. Leys u. a. “Detecting Outliers: Do Not Use Standard Deviation around the Mean, Use Absolute Deviation around the Median”. In: *Journal of Experimental Social Psychology* 49.4 (Juli 2013), S. 764–766. ISSN: 0022-1031. DOI: 10.1016/j.jesp.2013.03.013.
- [32] Mark P.J. van der Loo. “Distribution Based Outlier Detection in Univariate Data”. In: *Statistics Netherlands* (2010). ISSN: 1572-0314. URL: <https://cran.r-project.org/web/packages/extremevalues/vignettes/SN201003.pdf> (besucht am 10. 07. 2025).
- [33] D. P. Kroese u. a. “Why the Monte Carlo Method Is so Important Today”. In: *WIREs Computational Statistics* 6.6 (Nov. 2014), S. 386–392. ISSN: 1939-5108, 1939-0068. DOI: 10.1002/wics.1314.
- [34] Reddig und Niemeyer. *Bedienungsanleitung Prüfstand Für Lebensdauerversuche*. Hochschule Hannover - Fakultät I EIT-ESH, 2024.
- [35] C. Staubach, B. Sahan und A. Litinsky. “EXPERIENCE ON INVERTER VOLTAGE ENDURANCE TESTING OF ENAMELLED WIRES ACC. TO RELEVANT STANDARDS”. In: *ISH2025* (2025).

Anhang

A.1 Auswertung

Tabelle A.1: Auswertung für PEEK-130 °C, 20 kHz

Größe	Rohdaten	M1L	MAD
Anzahl Messwerte	25	22	22
Anzahl Ausreißer	0	3	3
λ	0,0809	0,0748	0,0748
λ_{KO}	0,0881	0,0795	0,0795
λ_{KU}	0,0743	0,0704	0,0704
b	4,8897	7,2965	7,2965
b_{KO}	6,4731	9,9748	9,9748
b_{KU}	3,6936	5,3374	5,3374
ℓ	67,6996	68,7384	68,7384
BIC	-128,9614	-131,2947	-131,2947
AD^*	1,0183	0,6320	0,6320
AD^*_{krit}	0,7703	0,7842	0,7842
$AD^* p\text{-Wert}$	0,0128	0,1114	0,1114

Tabelle A.2: Auswertung für PEEK-130 °C, 10 kHz

Größe	Rohdaten	M1L	MAD
Anzahl Messwerte	15	13	14
Anzahl Ausreißer	0	2	1
λ	0,2422	0,2415	0,2466
λ_{KO}	0,2605	0,2569	0,2629
λ_{KU}	0,2252	0,2271	0,2313
b	7,2979	9,3473	8,6584
b_{KO}	10,9303	14,2441	12,9919
b_{KU}	4,8726	6,1339	5,7704
ℓ	28,3935	28,0877	28,9678
BIC	-51,3708	-51,0454	-52,6574
AD^*	0,2603	0,3862	0,3708
AD^*_{krit}	0,7810	0,8001	0,7904
$AD^* p\text{-Wert}$	0,7835	0,4635	0,4946

Tabelle A.3: Auswertung für PEEK-20 °C, 20 kHz

Größe	Rohdaten	M1L	MAD	Gemischt
Anzahl Messwerte	15	15	10	15
Anzahl Ausreißer	0	0	5	0
λ	0,1424	0,1424	0,0578	[0,0578; 0,3249]
λ_{KO}	0,2284	0,2284	0,0707	[0,0707; 0,3723]
λ_{KU}	0,0888	0,0888	0,0473	[0,0473; 0,2836]
b	1,1382	1,1382	3,2596	[3,2596; 6,7909]
b_{KO}	1,6780	1,6780	5,2845	[5,2846; 14,0251]
b_{KU}	0,7720	0,7720	2,0106	[2,0106; 3,2881]
ℓ	15,2036	15,2036	26,4941	24,5876
BIC	-24,9911	-24,9911	-48,3830	-35,6350
AD^*	1,1687	1,1687	0,4535	0,2614
AD_{krit}^*	0,7810	0,7810	0,8095	0,5202
AD^* <i>p</i> -Wert	0,0049	0,0049	0,3445	0,4491
r	-	-	-	0,6666
r_{KO}	-	-	-	0,8540
r_{KU}	-	-	-	0,4059

Tabelle A.4: Auswertung für PEEK-50 °C, 20 kHz

Größe	Rohdaten	M1L	MAD	Gemischt
Anzahl Messwerte	35	34	25	35
Anzahl Ausreißer	0	1	10	0
λ	0,1516	0,1442	0,0808	[0,0729; 0,3182]
λ_{KO}	0,1991	0,1894	0,0986	[0,0863; 0,3579]
λ_{KU}	0,1154	0,1098	0,0661	[0,0616; 0,2828]
b	1,2902	1,3108	2,0852	[2,8801; 5,8351]
b_{KO}	1,6619	1,6918	2,7344	[4,1294; 10,8075]
b_{KU}	1,0017	1,0156	1,5901	[2,0087; 3,1504]
ℓ	35,7542	36,7803	50,0805	50,0196
BIC	-64,3978	-66,5080	-93,7233	-82,2625
AD^*	1,9584	1,9557	0,9365	0,3184
AD_{krit}^*	0,7577	0,7577	0,7705	0,4565
AD^* <i>p</i> -Wert	0,0001	0,0001	0,0192	0,2057
r	-	-	-	0,6765
r_{KO}	-	-	-	0,8141
r_{KU}	-	-	-	0,4996

Tabelle A.5: Auswertung für Mat. B-20 °C, 20 kHz

Größe	Rohdaten	M1L	MAD
Anzahl Messwerte	24	19	20
Anzahl Ausreißer	0	5	4
λ	0,2461	0,2369	0,2310
λ_{KO}	0,3362	0,2653	0,2619
λ_{KU}	0,1801	0,2116	0,2037
b	1,3345	4,1637	3,6546
b_{KO}	1,8063	6,0724	5,2925
b_{KU}	0,9860	2,8549	2,5235
ℓ	12,8752	26,4214	26,0412
BIC	-19,3943	-46,9539	-46,0909
AD^*	1,3436	0,4920	0,5627
AD_{krit}^*	0,7688	0,7812	0,7814
AD^* p -Wert	0,0021	0,2568	0,1695

Tabelle A.6: Auswertung für PEEK-155 °C, 20 kHz

Größe	Rohdaten	M1L	MAD
Anzahl Messwerte	29	24	25
Anzahl Ausreißer	0	5	4
λ	0,0501	0,0455	0,0463
λ_{KO}	0,0559	0,0487	0,0498
λ_{KU}	0,0449	0,0425	0,0432
b	3,5168	6,2170	5,8389
b_{KO}	4,5692	8,4225	7,8553
b_{KU}	2,7068	4,5891	4,3400
ℓ	83,6833	83,2323	84,8426
BIC	-160,6320	-160,1084	-163,2474
AD^*	0,8594	0,5781	0,5944
AD_{krit}^*	0,7623	0,7688	0,7705
AD^* p -Wert	0,0283	0,1460	0,1337

A.2 Quellcode-Ausschnitte

A.2.1 Median-Rank

```

1 def med_rank(n, a=0.3):
2     return np.array([(i+1-a)/(n+1-2*a) for i in range(n)])

```

A.2.2 Anderson-Darling-Statistik

```

1 def AD_stat(data, cdf, star=True):
2     n = len(data)
3     data = np.sort(data)
4     F = cdf(data, show_plot=False)
5     F = np.clip(F, 1e-10, 1 - 1e-10)
6     i = np.arange(1, n + 1)
7     A2 = -n - np.mean((2 * i - 1) * (np.log(F) + np.log(1 - F[::-1])))
8
9     if (star): return A2 * (1 + 0.75/n + 2.25/(n**2))
10    else: return A2

```

A.2.3 MCS - Anderson-Darling-Statistik

```

1 with open('uniform_random_10k50s.pkl', 'wb') as outf:
2     dump([uniform.rvs(size=50) for i in range(0,10000)], outf)

```

```

1 rnd = []
2 with open('uniform_random_10k50s.pkl', 'rb') as inf:
3     rnd = load(inf)
4
5 def monte_carlo(null_data, null_sampler, Fitter, runs=10000):
6     N = len(null_data)
7     null_distribution = []
8     statistic = AD_stat(null_data,null_sampler.CDF)
9     for i in range(runs):
10        data = null_sampler.inverse_SF(rnd[i][0:N])
11        fitted_cdf = Fitter(failures=data,
12                           show_probability_plot=False,
13                           print_results=False).distribution.CDF
14        null_distribution.append(AD_stat(data, fitted_cdf, True))
15    crits = np.array([
16        np.percentile(null_distribution, _alpha) for _alpha in [80, 90, 95,
17        ↪ 99]
18    ])
19    pvalue = (null_distribution > statistic).sum()/runs
20    return {'statistic': statistic, 'pvalue': pvalue,
21           'crits': crits, 'null_distribution': null_distribution}
21

```

A.2.4 Signifikanztests

```

1 def LRT(restricted, full, diffdf=2, significance=0.05):
2     LR = 2*(restricted-full)
3     p = chi2.sf(LR, diffdf)
4     return LR, p, p < significance,significance

```

```

1 def WaldT(d1, d2, significance=0.05):
2     df = pd.concat([
3         pd.DataFrame({'Lebenszeit': d1, 'A':np.ones(n)})
4         pd.DataFrame({'Lebenszeit': d2, 'A':np.ones(n)*-1})
5     ], ignore_index=True)
6     aft = WeibullAFTFitter()
7     f=aft.fit(df, duration_col='Lebenszeit')
8     p=f.summary.loc(['lambda_', 'A'), 'p']
9     return None, p, p < significance,significance

```

A.2.5 Ausreißertests

```

1 k = 3
2 def MAD(data, _):
3     median = np.median(data)
4     mad = np.median(np.abs(data- median))
5     lower = median - k * mad
6     upper = median + k * mad
7     mask = (data < lower) | (data > upper)
8     return (data[~mask], data[mask])

```

```

1 def M1L(data, Fitter, Fmin=0.1, Fmax=0.9, rho=0.5):
2     N = len(data)
3     ranks = med_rank(N)
4     data_s = np.sort(data)
5     center_mask = (ranks >= Fmin) & (ranks <= Fmax)
6     center_data = data_s[center_mask]
7     fit_bulk = Fitter(failures=center_data,
8                       show_probability_plot=False,
9                       print_results=False)
10    upper = fit_bulk.distribution.inverse_SF(rho / N)
11    lower = fit_bulk.distribution.inverse_SF(1-(rho / N))
12    mask = (data < lower) | (data > upper)
13    return (data[~mask], data[mask])

```

A.2.6 MCS - Prüflingsanzahl bestimmen

```

1 ns=[5, 10, 15, 20, 25]
2 runs = 10000
3 diff = 0.02
4 sig_level = 0.05
5 wb1 = Weibull_Distribution(alpha=0.088, beta=4.429)
6 wb2 = Weibull_Distribution(alpha=0.088+diff, beta=4.429)
7 def calc_power(n):
8     sig = 0
9     for i in range(runs):
10        d1 = pd.DataFrame({'Lebenszeit':
11            ↪ wb1.random_samples(n), 'A':np.ones(n)})
12        d2 = pd.DataFrame({'Lebenszeit':
13            ↪ wb2.random_samples(n), 'A':np.ones(n)*-1})
14        df = pd.concat([d1,d2], ignore_index=True)
15        aft = WeibullAFTFitter()
16        f=aft.fit(df, duration_col='Lebenszeit')
17        summary.loc[('lambda_', 'A'), 'p']
18        if p < sig_level: sig+=1
19    return sig
20 with ProcessPoolExecutor() as executor:
21    results = list(executor.map(calc_power, ns))
22    df = pd.DataFrame(zip(ns, results), columns=["repli", "correct"])
23    df["result in %"] = df["correct"] / runs * 100

```

A.2.7 Fourier-Analyse

```

1 df = pd.read_csv(tr)
2 t = df.loc['t in "s"']
3 x = df.loc[' CH1 in "V"']
4 T = t[1]-t[0]
5 N = len(x)
6 n = np.arange(N)
7 fftres = rfft(x)
8 yf = np.abs(fftres)
9 xf = rfftfreq(N, T)
10 n_harm = 1000
11 fund_idx = np.argmax(yf)
12 fund = xf[fund_idx]
13 fund_u = yf[fund_idx]
14 harms = np.array([
15     yf[np.argmin(np.abs(xf - h * fund))] for h in range(2, n_harm)
16 ])
17 thd = np.sqrt(np.sum(harms**2)) / fund_u
18 print(f"{tr}\n Fund.: {fund/1000:.0f} kHz\n THD: {thd*100:.2f}%\n")

```

A.2.8 Fourier-Reihe

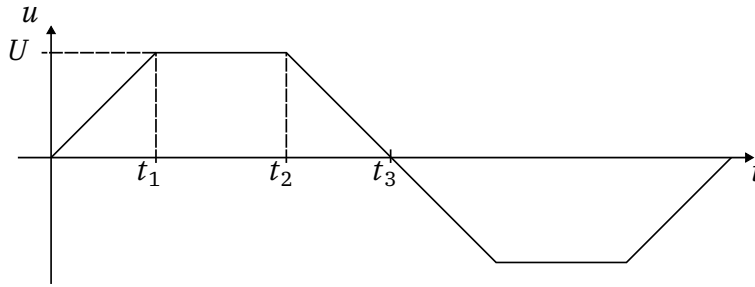


Abbildung A.1: Trapeznäherung der Fourier-Reihe

$$f(t) \approx a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cdot \cos(k \cdot \omega_0 \cdot t) + b_k \cdot \sin(k \cdot \omega_0 \cdot t)]$$

$$u(t) = -u(-t) \Rightarrow a_0 = 0; a_k = 0$$

$$b_k = \frac{4}{T_0} \cdot \int_0^{T_0/2} u(t) \cdot \sin(k\omega_0 t) dt$$

$$= \frac{4 \cdot U}{T_0 \cdot t_1} \cdot \left(\int_0^{t_1} t \cdot \sin(k\omega_0 t) dt + t_1 \cdot \int_{t_1}^{t_2} \sin(k\omega_0 t) dt - \int_{t_2}^{t_3} t \cdot \sin(k\omega_0 t) dt \right)$$

$$= \frac{4 \cdot U}{T_0 \cdot t_1 \cdot (\omega_0 \cdot k)^2} \cdot \left([\sin(k\omega_0 t_1) - k\omega_0 t_1 \cdot \cos(k\omega_0 t_1)] \right.$$

$$+ [k\omega_0 t_1 \cdot (\cos(k\omega_0 t_1) - \cos(k\omega_0 t_2))]$$

$$\left. + [k\omega_0 t_1 \cdot \cos(k\omega_0 t_2) + \sin(k\omega_0 t_2)] \right)$$

```

1 def f_series(U=1,f=20e3, tau=100e-9, k_num=500):
2     w0=2*np.pi*f
3     T02 = 1/f/2
4     t1, t2, t3 = tau, T02-tau, T02
5     def koef(k):
6         kw = k*w0
7         u1 = np.sin(kw*t1)-t1*np.cos(kw*t1)*kw
8         u2 = t1*(-np.cos(kw*t2)+np.cos(kw*t1))*kw
9         u3 = t1*np.cos(kw*t2)*kw+np.sin(kw*t2)
10        return 4*U/T0/t1/kw/kw*(u1+u2+u3)
11    k, t = np.arange(1, k_num), np.linspace(0, T0, 1000)
12    kv, tv = np.meshgrid(k,t)
13    bks = koef(kv)
14    vals = bks*np.sin(kv*w0*tv)
15    y = np.sum(vals,axis=1)
16    return t,y,bks[0]

```