

Rechnergestützte Signalsynthese

Ausgehend von der Theorie der digitalen Signalsynthese wird in diesem Beitrag ein rechnergestützter Funktionsgenerator vorgestellt, der den Entwickler in die Lage versetzt, diverse periodische Zeitfunktionen mit beliebig komplizierten spektralen Eigenschaften zu generieren. Die dabei relevanten Hard- und Softwaregesichtspunkte, die zur Berechnung einer Stützstellenfolge über Fouriersynthese mit einem IBM-PC in Turbo-Pascal erforderlich sind, werden in der folgenden Abhandlung näher erläutert.

Prof. Dr. R. Nocker und Prof. D. Stark, FH Hannover

Die digitale Signalsynthese wird folgendermaßen realisiert: Aus einem Festwertspeicher wird eine das gewünschte Signal repräsentierende Stützstellenfolge zyklisch mit geeigneter Taktfrequenz ausgelesen und D-A-umgesetzt (Bild 1). Häufig werden periodische Signale mit genau definierten spektralen Eigenschaften benötigt. Diese Signale bestehen im allgemeinen aus N_h Harmonischen mit den Frequenzen $k \cdot f_0$, den Amplituden U_k und den Nullphasenwerten ϕ_k ($k = 1, 2, \dots, N_h$). Die Berechnung der Stützstellenwerte erfolgt dann durch Fouriersynthese. Das erfordert einen hohen Rechenaufwand. Durch Einsatz eines Tischrechners wird diese Aufgabe vereinfacht. Die berechneten Abtastwerte können über ein angeschaltetes Programmiergerät sofort in den Festwertspeicher übertragen werden.

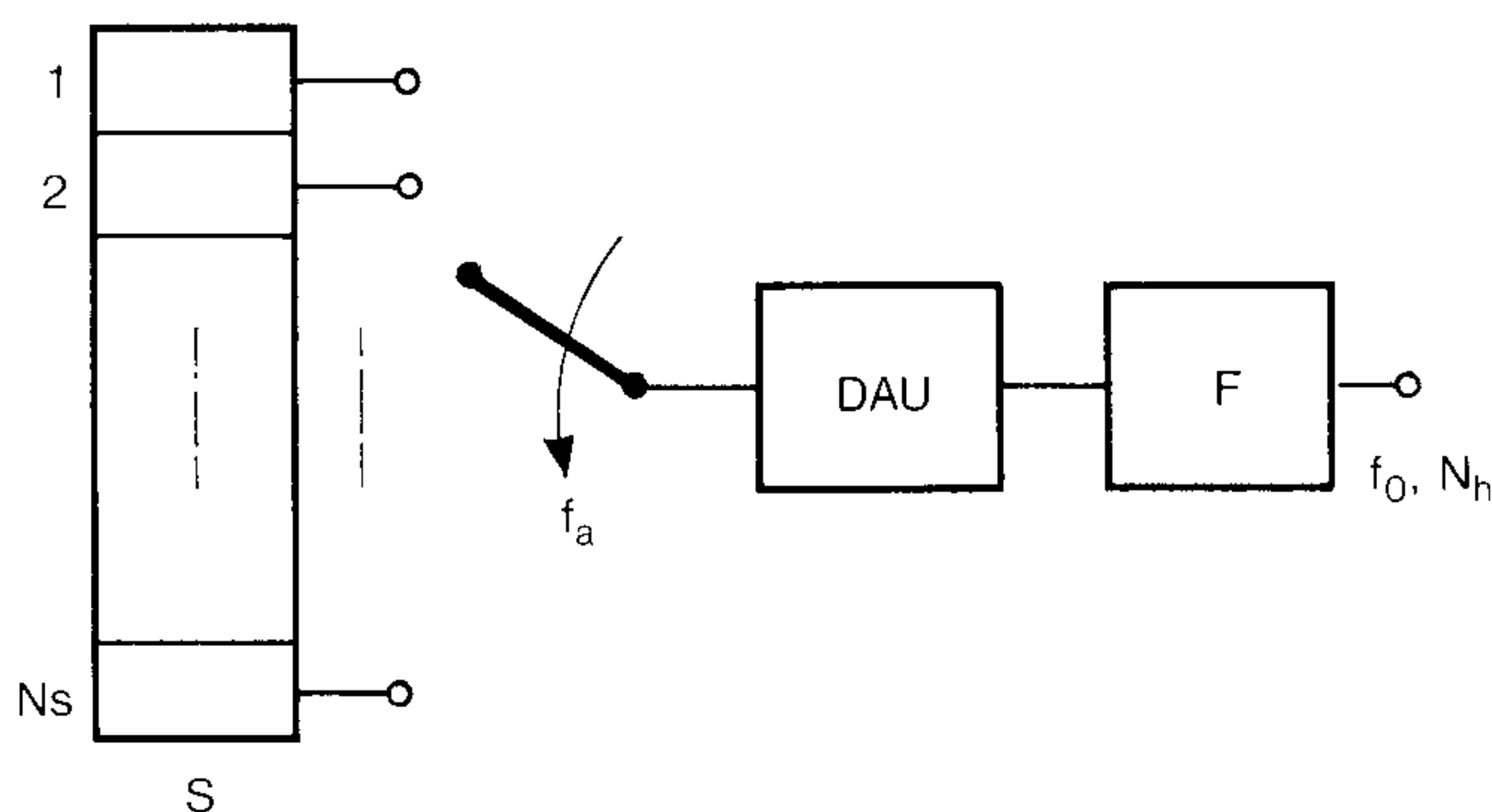


Bild 1. Prinzip der Signalsyntheseschaltung. Stützstellen Speicher, DAU Digital-Analog-Umsetzer, F Interpolationsfilter, f_a Auslesetaktfrequenz, f_0 Grundfrequenz, N_h Harmonischen-Anzahl

Ideale Abtastung

Die reelle Zeitfunktion $u(t)$ sei bandbegrenzt auf die Maximalfrequenz f_s . Die Fouriertransformation ergibt das Frequenzspektrum $U(f)$:

$$U(f) = U(f) \cdot \exp(j \cdot \phi(f)).$$

Bei reellem $u(t)$ ist das Amplitudenspektrum $U(f)$ eine gerade Funktion, das Phasenspektrum $\phi(f)$ eine ungerade Funktion der Frequenz f . Ideale Abtastung mit der Abtastperiodendauer T_a ersetzt die Zeitfunktion $u(t)$ durch eine Folge äquidistanter Diracimpulse mit den Impulsmomenten $u(k \cdot T_a) \cdot T_a$. Die zugehörige Zeitfunktion $u_a(t)$ und deren Frequenzspektrum $U_a(f)$ lauten [1]:

$$u_a(t) = \sum_{(k)} (u(k \cdot T_a) \cdot T_a) \cdot \delta(t - k \cdot T_a);$$

$$U_a(f) = \sum_{(n)} U(f - n \cdot f_a).$$

Das Frequenzspektrum dieser Dirac-Abtastwertfolge ist das periodisch fortgesetzte Frequenzspektrum des Originalsignals. Damit bei der periodischen Fortsetzung keine Überlappungen auftreten, muß die Abtastfrequenz f_a dem Abtasttheorem $f_a > 2 \cdot f_s$ genügen. Die Rückgewinnung des Originalsignals erfolgt durch Bandbegrenzung mit einem idealen Tiefpaß der Grenzfrequenz f_g mit dem Frequenzgang:

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{für } |f| \leq f_g, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad f_s < f_g < f_a - f_s,$$

Reale Abtastung

Die Diracimpulse $(u(k \cdot T_a) \cdot T_a) \cdot \delta(t - k \cdot T_a)$ sind technisch nicht realisierbar. Werden Rechteckimpulse mit der Amplitude $u(k \cdot T_a)$ und der Breite T_a verwendet, erhält man eine Treppen-Abtastwertfolge. Diese entsteht aus der Dirac-Abtastwertfolge durch Filterung mit einem »Spalttiefpaß« mit der Impulsantwort:

$$h(t) = \begin{cases} 1/T_a, & \text{für } |t| < T_a/2, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Im Frequenzbereich hat dieser Spalttiefpaß den Frequenzgang (mit $\text{si}(x) = \sin(x)/x$):

$$H_s(f) = \text{si}(\Omega \cdot f / f_a).$$

Das Frequenzspektrum der Treppen-Abtastwertfolge ergibt sich durch Multiplikation von $U_a(f)$ mit dem Frequenzgang $H_s(f)$ des Spalttiefpasses. Höherfrequente Spektralanteile sind entsprechend dem Amplitudengang des Spalttief-

passes gedämpft. Das jetzt einzusetzende Interpolationsfilter muß den mit steigender Frequenz abfallenden Amplitudengang des Spalttiefpasses durch einen ansteigenden Amplitudengang ausgleichen (si(x)-Korrektur). Der Frequenzgang des idealen Interpolationsfilters für eine Treppen-Abtastwertfolge ist:

$$H_i(f) = \frac{1}{\text{si}(\pi f/f_a)}, \quad \text{für } |f| \leq f_s,$$

$$0, \quad \text{für } |f| \geq f_a - f_s.$$

Bild 2 zeigt eine bandbegrenzte Zeitfunktion $u(t)$ und die zugehörige Dirac- und Treppen-Abtastwertfolge. Bild 3 zeigt schematisch die zugehörigen Amplitudenspektren und den Amplitudengang des fiktiven Spalttiefpasses.

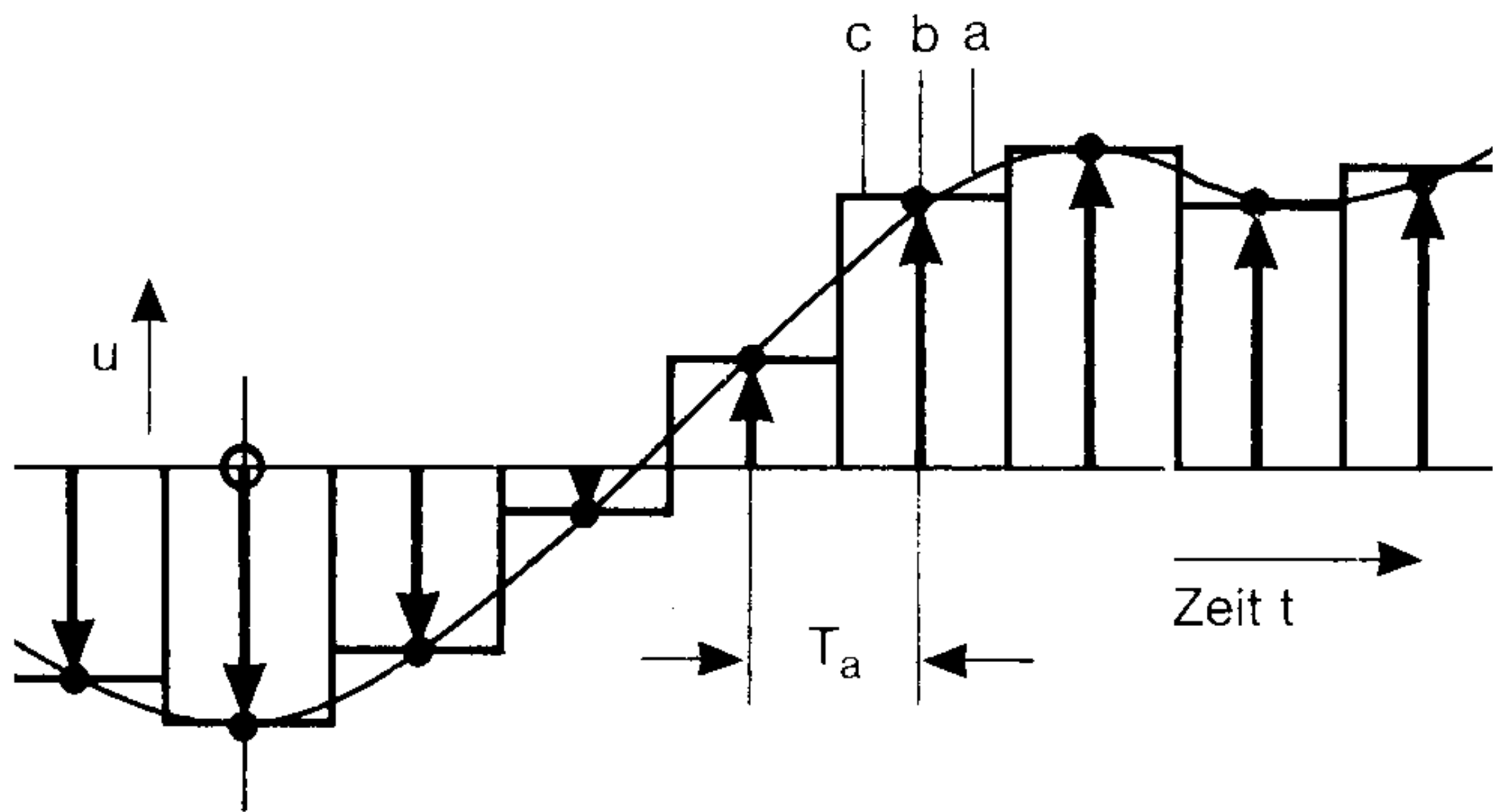


Bild 2. Bandbegrenzte Zeitfunktion (a) mit zugehöriger Dirac- (b) und Treppen-Abtastwertfolge (c)

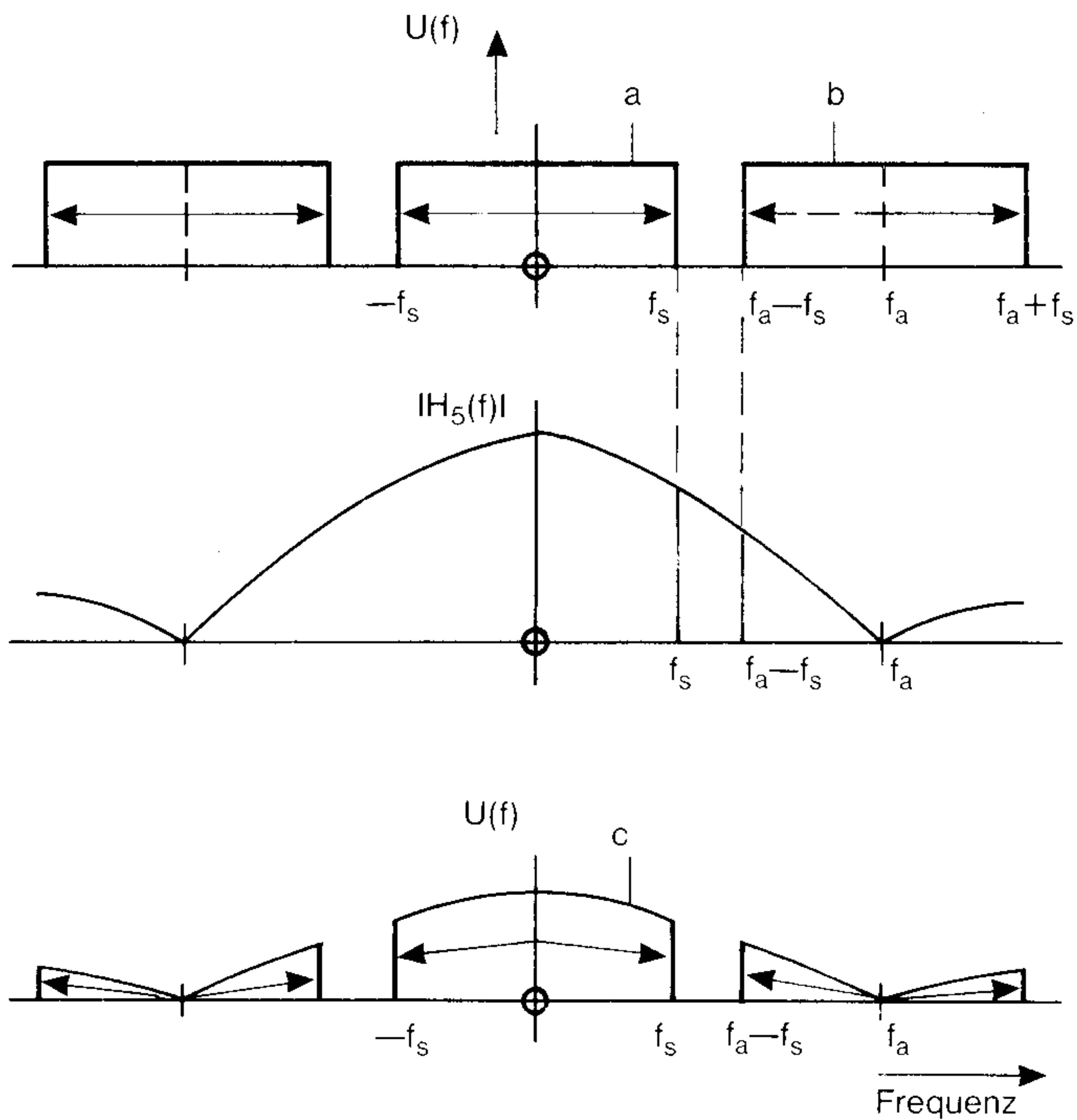


Bild 3. Schematische Darstellung der Amplitudenspektren von Dirac- und Treppen-Abtastwertfolge; $H_s(f)$ Amplitudengang des Spalttiefpasses

Reales Interpolationsfilter

Der Durchlaßbereich des Interpolationsfilters muß mindestens bis zur Frequenz f_s reichen, der Sperrbereich muß spätestens bei $f_a - f_s$ beginnen. Der Übergangsbereich hat somit maximal die Breite $\text{ÜB} = f_a - 2 \cdot f_s$. Bei einer um den Überabtastfaktor $\text{ü} = f_a/(2 \cdot f_s)$, $\text{ü} > 1$ über den Mindestwert erhöhten Abtastfrequenz ist $\text{ÜB} = 2 \cdot (\text{ü} - 1) \cdot f_s$. Im Fall $\text{ü} = 1$ ist $\text{ÜB} = 0$, das Interpolationsfilter ist nicht realisierbar. Ei-

ne einfache Realisierung des Interpolationsfilters für eine Treppen-Abtastwertfolge ist bei hohem Überabtastfaktor ü möglich. Mit steigendem ü verringert sich durch den (fiktiven) Spalttiefpaß einerseits die (unerwünschte) Bedämpfung des Nutzsinalbands $|f| \leq f_s$, andererseits steigt die (erwünschte) Bedämpfung der unerwünschten Signalanteile $|f| > f_a - f_s$ stark an.

$$H(f_s) = \text{si}(\pi f_s/\text{ü} \cdot 2 \cdot f_s) = \text{si}(\pi/(2 \cdot \text{ü})),$$

$$H(f_a - f_s) = \text{si}(\pi \cdot (2 \cdot \text{ü} - 1)/(2 \cdot \text{ü}))$$

Bild 4 zeigt den Verlauf der Dämpfungswerte $a/\text{dB} = -20 \cdot \log(H)$ bei f_s und $f_a - f_s$ in Abhängigkeit vom Überabtastfaktor ü .

Bei großem Überabtastfaktor ü kann auf die $\text{si}(x)$ -Korrektur verzichtet werden, der Übergangsbereich ÜB ist breit und die vom real einzusetzenden Interpolationsfilter zusätzlich zum fiktiven Spalttiefpaß zu erbringende Sperrdämpfung a_s ist gering:

$$H_r(f) = 1, \quad \text{für } |f| \leq f_s,$$

$$H_{r\text{sperr}} = 10^{-a_s/20} \ll 1, \quad \text{für } |f| \geq f_a - f_s$$

Dieses einfache Interpolationsfilter wird durch eine um den Faktor ü erhöhte Taktfrequenz des Signalverarbeitungssystems ermöglicht. Bei der hier behandelten Signalsynthese für den Niederfrequenzbereich ist dies unproblematisch.

Quantisierungsverzerrungen

Bei der digitalen Signaldarstellung ergibt sich durch die Amplitudenquantisierung ein »Quantisierungsgeräusch«. Der Signal-Quantisierungsgeräusch-Abstand a_q hängt von der Amplitudenstatistik ab. Bei gleichverteiltem Signal, Vollaussteuerung und gleichmäßiger Quantisierung mit z Bit/Abtastwert ist:

$$a_q/\text{dB} = z \cdot 6.$$

Bei hohem Überabtastfaktor $\text{ü} = f_a/(2 \cdot f_s)$ fällt in das Nutzsinalband $|f| \leq f_s$ näherungsweise nur der $(2 \cdot f_s/f_a) = (1/\text{ü})$ fache Anteil der insgesamt auftretenden Quantisierungs-Geräuschleistung $/2/$. Wird bei f_s ideal bandbegrenzt, kann a_q gegenüber dem oben angegebenen Wert um

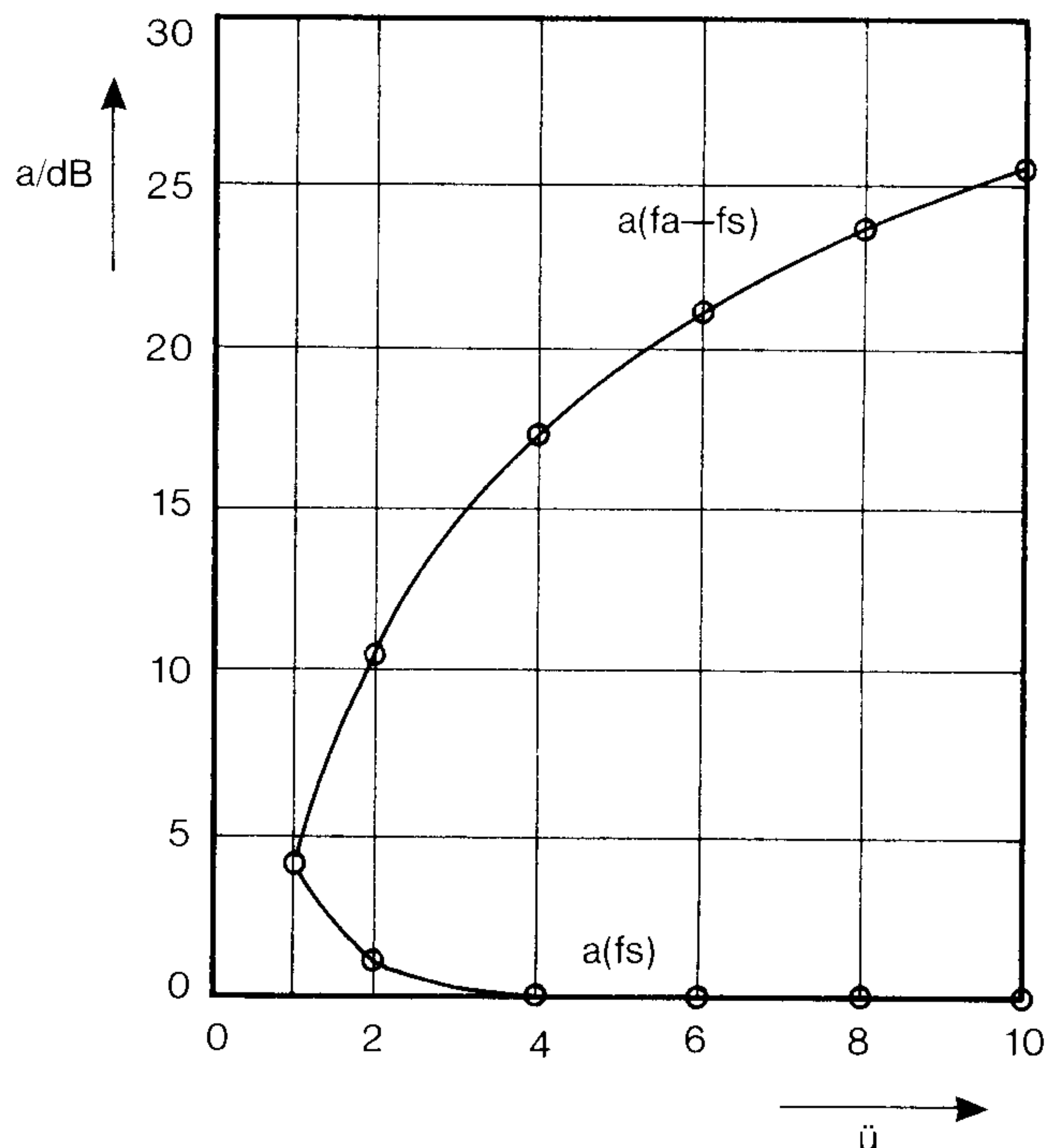


Bild 4. Dämpfung a/dB des Spalttiefpasses bei f_s und $f_a - f_s$ in Abhängigkeit vom Überabtastfaktor $\text{ü} = f_a/(2 \cdot f_s)$

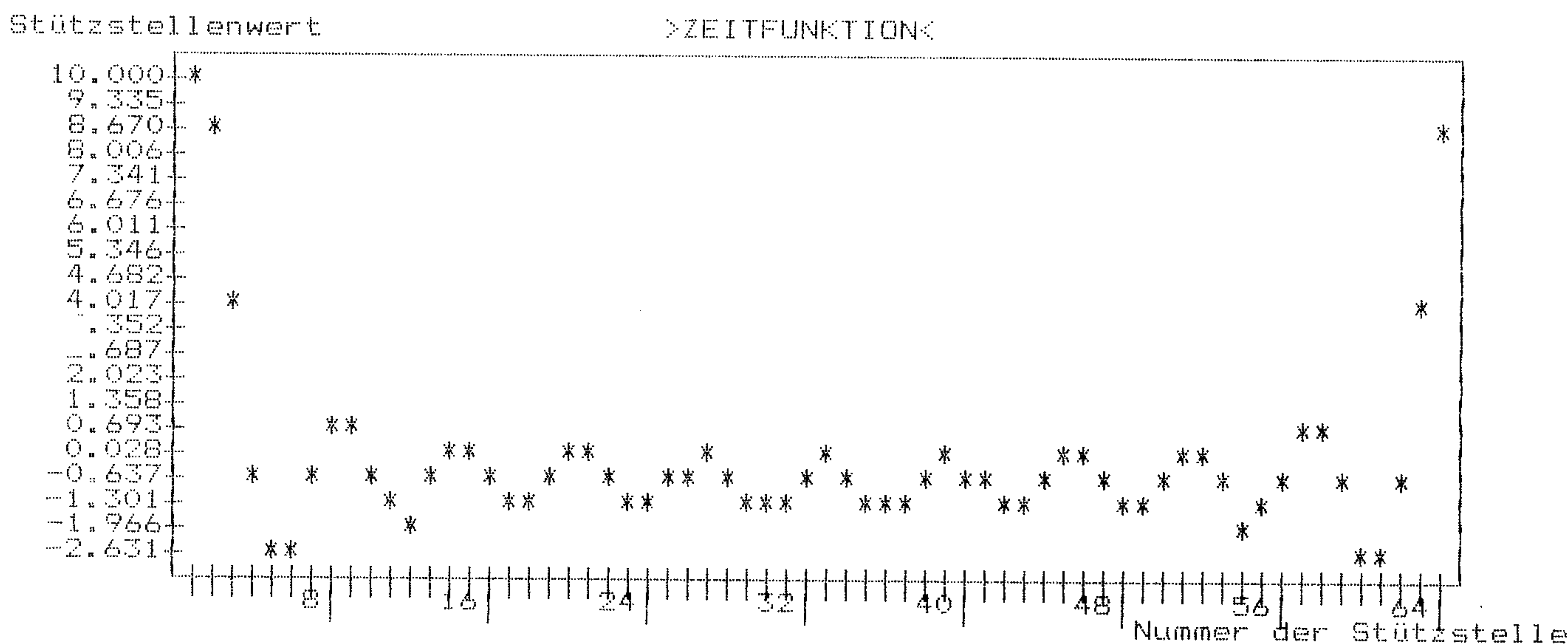


Bild 5. Grafische Ausgabe der berechneten Zeitfunktion

$10 \cdot \log(\ddot{u})$ erhöht werden. Ist das Nutzsinal nicht gleichverteilt, so ist zusätzlich ein Korrekturanteil zu addieren. Bei einem Sinussignal ergibt sich +1.8 dB. Beispielsweise ergibt sich bei $z = 8$ Bit/Abtastwert und Überabtastung mit $\ddot{u} = 10$ für ein Sinussignal bei Vollaussteuerung ein Signal-Quantisierungsgeräusch-Abstand a_q zwischen 49,8 dB und 59,8 dB, abhängig von der Realisierung des Interpolationsfilters.

Synthese periodischer Zeitfunktionen

Es wird eine periodische (Periodendauer T_0) und bandbegrenzte (N_h Harmonische) Zeitfunktion betrachtet. Die Grundfrequenz ist somit $f_0 = 1/T_0$, die Maximalfrequenz $f_s = N_h \cdot f_0$. Bei Abtastung mit dem Überabtastfaktor $\ddot{u} = f_a / (2 \cdot f_s) = f_a / (2 \cdot N_h \cdot f_0)$ ergeben sich $T_0/T_a = f_a/f_0 = \ddot{u} \cdot 2 \cdot N_h$ Abtastwerte pro Periode. Werden im Festwertspeicher der Syntheseschaltung p Signalperioden abgespeichert, sind insgesamt $N_s = p \cdot (\ddot{u} \cdot 2 \cdot N_h)$ Abtastwerte abzuspeichern. Das Auslesen dieser N_s Abtastwerte mit der Auslesetaktfrequenz f_a ergibt p Perioden des nachzubildenden Signals in der Gesamtdauer $N_s \cdot T_a$. Die Periodendauer T_0 des Signals ist somit $T_0 = N_s \cdot T_a / p$. Damit ist die Grundfrequenz f_0 des ausgelesenen Signals:

$$f_0 = f_a / (2 \cdot \ddot{u} \cdot N_h).$$

Beispielsweise ist für $p = 1$, $N_h = 10$, $\ddot{u} = 10$, $f_0 = 1$ kHz: $N_s = 200$, $f_a = 200$ kHz. Im Festwertspeicher der Syntheseschaltung sind also 200 Abtastwerte einer Periode des nachzubildenden Signals abzuspeichern. Dadurch ist bei vorgegebener normierter Bandbreite ($N_h = 10$) und vorgegebenem Überabtastfaktor ($\ddot{u} = 10$) das Abtasttheorem erfüllt. Durch zyklisches Auslesen mit der Auslesetaktfrequenz 200 kHz ergibt sich die erwünschte Grundfrequenz von 1 kHz.

Software

Für die Erzeugung der Abtastwertfolge wurde ein Programm entwickelt. Ausgehend vom Zeit- oder Frequenzbereich kann im Dialog am Bildschirm eines Tischrechners die Abtastwertfolge berechnet und über ein Programmiergerät sofort in ein EPROM übertragen werden. Einsetzen des EPROM in eine Standard-Hardwareschaltung ermöglicht die Erzeugung (fast) beliebig komplizierter Testsignale mit geringerem Hardwareaufwand [3, 4].

Die Software wurde in Turbo-Pascal 3.0 für einen IBM-PC geschrieben. Sie besteht aus selbständigen Modulen, die sich gegenseitig aufrufen. Die Datenübergabe zwischen

den Modulen erfolgt durch Zwischenspeicherung auf Diskette oder Plattenlaufwerk. Der Benutzer wird menügeführt.

Im Hauptmenü werden die Grundfunktionen des Programms ausgewählt:

- Eingabe oder Ausgabe von Zeitfunktionen (Stützstellenfolgen),
- Eingabe oder Ausgabe von einseitigen Frequenzspektren (einseitige Amplituden- und Phasenspektren),
- Berechnung des Frequenzspektrums zu Zeitfunktionen (Fourieranalyse),
- Berechnung der Zeitfunktion zu Frequenzspektren (Fouriersynthese),
- Abruf einer Kurzinformation,
- Beenden des Programms.

Die Auswahl einer Grundfunktion führt jeweils zu einem Untermenü. Hier werden die zur entsprechenden Grundfunktion zugehörigen Teilfunktionen sowie die Möglichkeit der Rückkehr zum Hauptmenü angeboten. Die Auswahl einer Teilfunktion veranlaßt die Ausführung des entsprechenden Teilprogramms. Anschließend wird dem Benutzer wieder das zugehörige Untermenü angeboten. Die Ausgabe von Zeitfunktionen oder Frequenzspektren kann jeweils numerisch oder grafisch auf Bildschirm oder Drucker erfolgen. Die grafische Auflösung ist durch die verwendete alphanumerische Darstellung eingeschränkt.

Anwendungsbeispiel

Als einfaches Anwendungsbeispiel wird die Fouriersynthese einer Zeitfunktion mit zehn Harmonischen gleicher Amplitude und Nullphasenwinkel 0 durchgeführt. Dieses Signal würde sich ergeben, wenn eine periodische Diracimpulsfolge mit der Wiederholfrequenz f_0 mit einem idealen Tiefpaß der Grenzfrequenz $10 \cdot f_0$ bandbegrenzt wird. Die Impulsantwort eines idealen Tiefpasses ist eine $\text{si}(x)$ -Funktion. Als Ausgangszeitfunktion muß sich also die Überlagerung unendlich vieler um jeweils die Periodendauer T_0 versetzter $\text{si}(x)$ -Impulse ergeben.

Das einseitige Amplituden-Phasenspektrum wird numerisch eingegeben. Anschließend wird die Fouriersynthese durchgeführt, wobei im entsprechenden Untermenü die Berechnung von 64 Stützstellenwerten je Periode verlangt wurde (damit die gesamte Periode des erzeugten Signals auf dem Bildschirm darstellbar ist, bei $\ddot{u} = 10$ wäre natürlich $N_s = 200$ erforderlich). Bild 5 zeigt die Bildschirmdarstellung

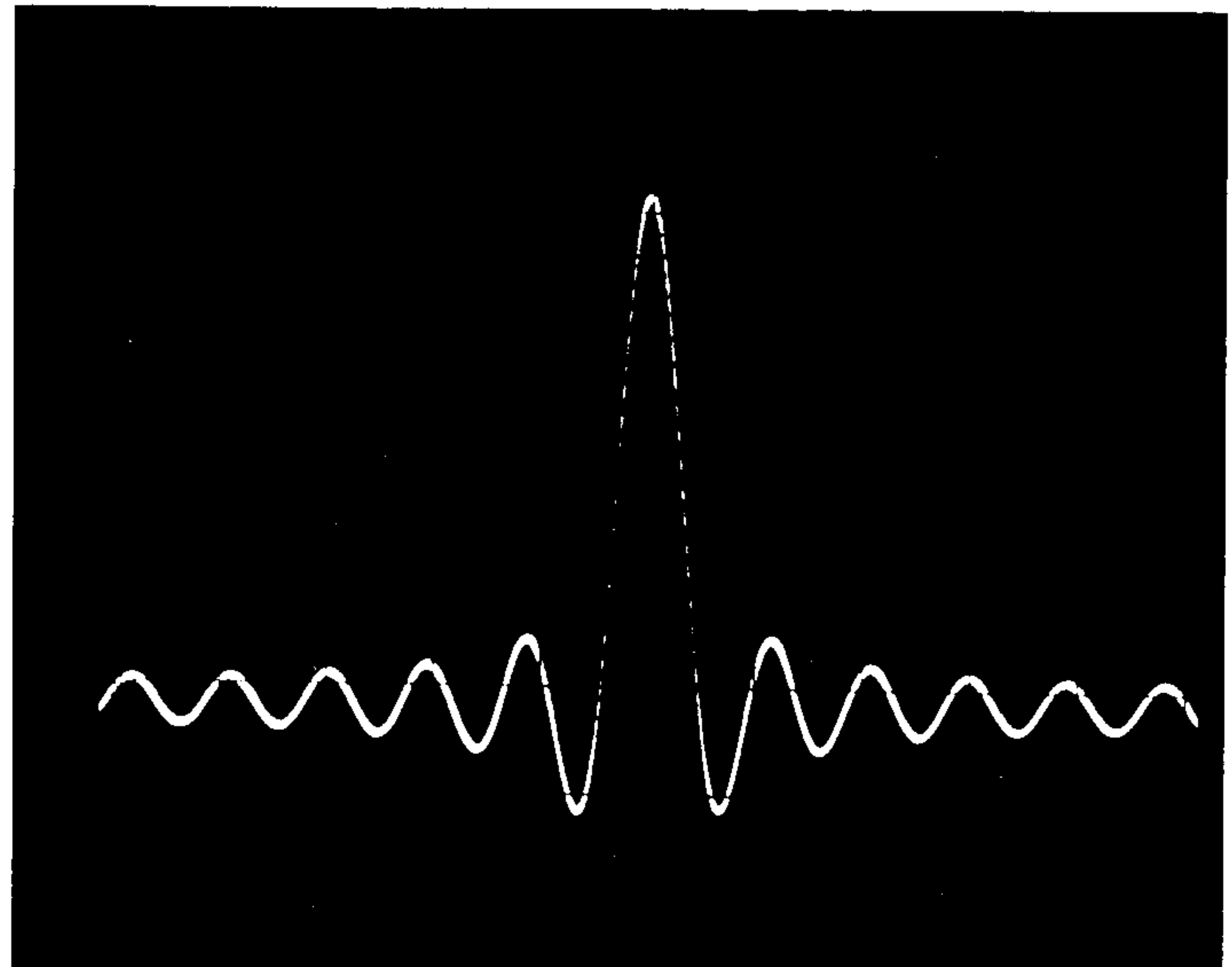
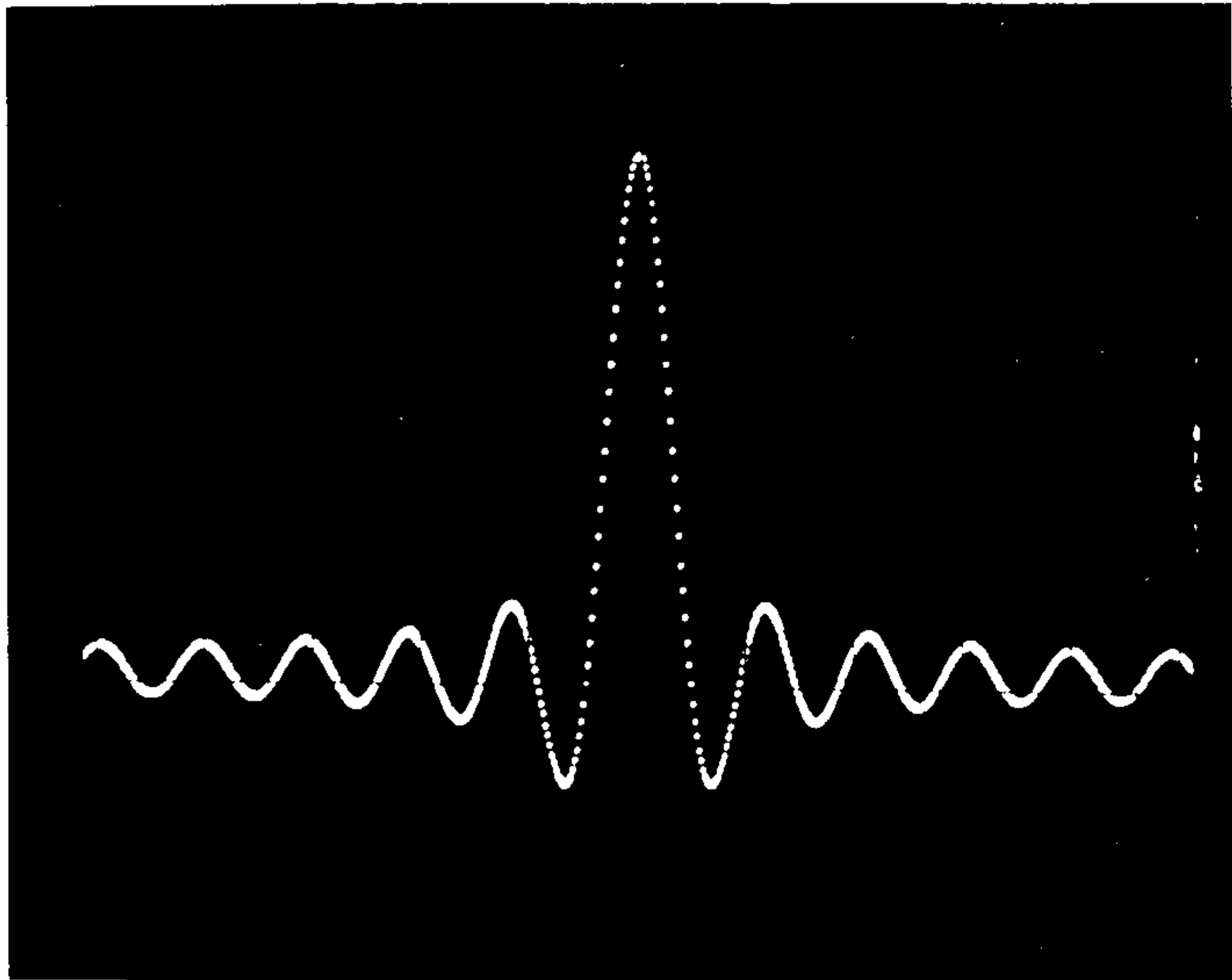
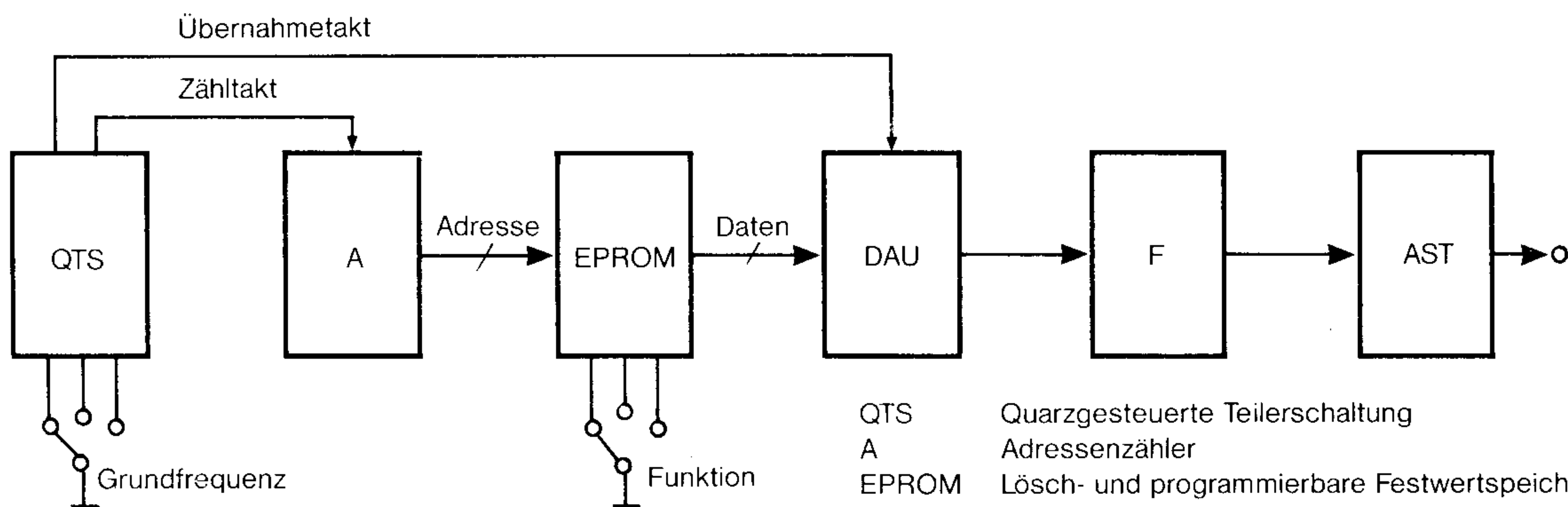


Bild 6. Oszilloskopbild des synthetisierten Signals ohne Interpolationsfilter (links) und mit Interpolationsfilter



QTS	Quarzgesteuerte Teilerschaltung
A	Adressenzähler
EPROM	Lösch- und programmierbare Festwertspeicher
DAU	Digital-Analog-Umsetzer
F	Interpolationsfilter
AST	Aktiver Spannungsteiler

Bild 7. Blockschaltbild der Syntheseschaltung

der berechneten Zeitfunktion, welche den erwarteten Verlauf aufweist.

Nach Auswahl der Teilfunktion »EPROM-Datensatz erzeugen« wird, entsprechend der 8-Bit-Genauigkeit der eingesetzten Hardware, die Stützstellenfolge auf den Wertebereich von 0 bis 255 normiert, quantisiert und auf Diskette abgespeichert. Über ein angeschaltetes EPROM-Programmiergerät wird der Datensatz auf das in die Standard-Hardware einzusetzende EPROM übertragen. Bild 6 zeigt das Oszilloskop des synthetisierten Signals.

Hardware

Die Hardware zeichnet sich durch geringen Aufwand aus (Bild 7). Die Taktversorgung besteht aus einer quartzesteuerten Teilerschaltung und dem Adressenzähler. Die Umschaltung der Auslesetaktfrequenz ergibt eine stufenweise Änderung der Signalfrequenz des Generators. Bei Einsatz eines 8-KByte-EPROM können 16 Funktionen mit jeweils 512 Stützstellen abgespeichert werden. Über die vier höchstwertigen Adreßeingänge wird dann die auszugebende Funktion ausgewählt. Die Datenausgänge des EPROM sind mit dem Digital-Analog-Umsetzer (DAU) verbunden. Der DAU gibt einen dem Datenbyte entsprechenden Spannungswert aus. Aufgrund des zyklischen Auslesens der abgespeicherten Stützstellenwerte entsteht ein periodisches, quantisiertes Signal. Mit dem Interpolationsfilter wird das Nutzsinalband herausgefiltert. Alle höherfrequenten Modulationsprodukte werden unterdrückt. Bei geringen Anforderungen an die spektrale Reinheit des Nutzsinal und ei-

nem entsprechend hoch gewählten Überabtastfaktor kann das Interpolationsfilter auch entfallen. Der aktiv ausgeführte Spannungsteiler zur stufenweisen Signaldämpfung liefert ein Ausgangssignal mit definiertem Innenwiderstand. (jh)

Prof. Dr.-Ing. Rudolf Nocker vertritt an der Fachhochschule die Fachgebiete Nachrichtentechnik und Vermittlungstechnik. Themenschwerpunkte der zu betreuenden Diplomarbeiten sind die digitale Übertragungstechnik sowie Tischrechner- und Mikrocomputereinsatz für nachrichtentechnische Probleme.

Prof. Dipl.-Ing. Dieter Stark lehrt an der Fachhochschule Hannover das Fachgebiet Nachrichtentechnik. Zu betreuende Diplomarbeiten befassen sich mit dem Einsatz von Hard- und Software für nachrichtentechnische Problemstellungen.

Literatur:

- [1] Marko, H.: Methoden der Systemtheorie, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1977
- [2] Meinke/Gundlach, Hrg.: Lange, K.; Löcherer, K.-H., Band 1: Grundlagen, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1986
- [3] Nocker, R.; Stark, D.: Programmierbarer Funktionsgenerator mit rechnergestützter Funktionserzeugung am IBM-PC, Symposium '86 der Fachhochschule Hannover
- [4] Eicke, A.: Menügeführtes Programm zur Fourieranalyse und -synthese, Diplomarbeit an der Fachhochschule Hannover

Prof. Stark
Tel. (05066) 62406

Kennziffer 400

