Kaskadenmaschine KSM: bürstenlose Induktionsmaschine für doppelt gespeiste Generatorsysteme – Wicklungsdurchflutungen und Flussdichteverhältnis

Cascade Induction Machine: brushless Machine for doubly fed Generator Systems – Winding total current and flux density ratio

Prof. Dr.-Ing. Carsten Fräger Institut für Konstruktionselemente, Mechatronik und Elektromobilität (IKME) Hochschule Hannover, Deutschland Carsten.Fraeger@HS-Hannover.de

Übersicht

Bürstenlose Generatorsysteme mit doppelt gespeisten Kaskadenmaschinen werden zurzeit für die regenerative Energieerzeugung z. B. mit Windkraftanlagen untersucht. Sie sind eine Alternative zu Generatorsystemen mit doppelt gespeisten Induktionsmaschinen. Kaskadenmaschinen arbeiten mit zwei Drehfeldern verschiedener Polpaarzahl. Im Stator befinden sich zwei Wicklungen für die beiden Polpaarzahlen oder eine Wicklung zur gleichzeitigen Erzeugung der beiden Drehfelder mit getrennten Anschlüssen für die beiden Drehfelder. Der Rotor trägt eine in sich kurzgeschlossene Wicklung, die gleichzeitig mit beiden Drehfeldern verkettet ist und deren Strom beide Drehfelder gleichzeitig erzeugt. Dieser Bericht behandelt die Flussdichte- und Durchflutungsverhältnisse der Wicklungen in Stator und Rotor für Kaskadenmaschinen. Dazu werden die Durchflutungen der Statorwicklungen und der Rotorwicklung für die beiden Polpaarzahlen bestimmt und die für die Wicklungsverluste wirksame Gesamtdurchflutung für verschiedene Polzahlkombinationen ermittelt. Die Ergebnisse werden mit Induktionsmaschinen für eine Polzahl verglichen.

Abstract

Brushless generator systems with doubly-fed cascade machines are currently being investigated for renewable energy generation, e.g. with wind turbines. They are an alternative to generator systems with doubly-fed induction machines. Cascade machines work with two rotating fields with different numbers of pole pairs. There are two windings in the stator for the two numbers of pole pairs or one winding for the simultaneous generation of the two rotating fields with separate connections for the two rotating fields. The rotor has a short-circuited winding that is linked to both rotating fields at the same time and whose current generates both rotating fields simultaneously. This report deals with the flux density and flow conditions of the windings in stator and rotor for cascade machines. For this purpose, the flow rates of the stator windings and the rotor winding are determined for the two pole pair numbers and the total flow rate effective for the winding losses is determined for different pole number combinations. The results are compared with induction machines with a single pole number.

1 Einleitung

Generatorsysteme mit variabler Drehzahl werden für die regenerative Energieerzeugung eingesetzt. Bei Windkraftanlagen sind dies u. a. doppeltgespeiste Induktionsmaschinen mit Schleifringläufer. Bei doppelt gespeisten Induktionsmaschinen wird der größte Teil der Leistung von der Statorwicklung über den Transformator direkt in das Netz mit fester Frequenz gespeist.

Ein kleinerer Teil der Leistung wird von der Rotorwicklung über einen Umrichter und den Transformator in das Netz gespeist. Durch die veränderliche Frequenz im Rotorkreis wird die Drehzahl des Generators variiert, so dass die größtmögliche Leistung von der Windturbine abgenommen und in das Netz gespeist werden kann.

Eine typische Leistungsaufteilung bei Volllast sieht so aus, dass 70...75% der Leistung direkt in das Netz gespeist werden und nur 25...30% über den Umrichter gehen. Dadurch fällt der Umrichter relativ kostengünstig aus. Die mit dem Umrichterbetrieb verbundenen Netzrückwirkungen sind geringer, als wenn die gesamte Leistung über den Umrichter ins Netz gespeist werden müsste.

Von Nachteil ist, dass die Induktionsmaschine Schleifringe und Bürsten besitzt. Dies bedeutet einen entsprechenden Wartungsaufwand für die Schleifringe und Kohlebürsten. Weiter ist die Lebensdauer der Schleifringe begrenzt und der Verschleiß hängt von den jeweiligen klimatischen Gegebenheiten ab. So wirken sich die hohe Luftfeuchtigkeit bei Offshore-Anlagen oder die geringe Luftfeuchtigkeit in Trockengebieten auf den Verschleiß aus.

Eine Alternative zu Induktionsmaschinen mit Schleifringläufer sind Induktionsmaschinen mit innerer Kaskadenschaltung, sog. Kaskadenmaschinen (KSM) [2, 4, 5, 11]. Zur Übertragung der Leistung aus dem Rotor in den Stator wird bei diesen bürstenlosen Maschinen das Magnetfeld benutzt. Sie eignen sich beispielsweise für mitteltourige Generatorsysteme mit Drehzahlen im Bereich von etwa 500 ... 1000¹/min.

2 Aufbau und Funktion der Kaskadenmaschine (KSM)

Der Aufbau der KSM und ihre Wirkungsweise werden in den folgenden Abschnitten dargestellt. Weiter erfolgt ein qualitativer Vergleich mit der Induktionsmaschine mit Schleifringläufer und die Darstellung eines Generatorsystems mit KSM für Windkraftanlagen.

2.1 Aufbau der KSM

Die KSM hat im Stator zwei getrennte Drehstromwicklungen mit den Polpaarzahlen p_1 und p_2 (s. Abb. 1 links) oder eine gemeinsame Wicklung für beide Polpaarzahlen (s. Abb. 1 rechts). Die gemeinsame Wicklung hat getrennte Anschlüsse für die beiden Drehfelder mit den Polpaarzahlen p_1 und p_2 .

Ein Beispiel für eine Kaskadenmaschine mit getrennten Wicklungen für die Polpaarzahlen $p_1 = 1$ und $p_2 = -3$ zeigt der Zonenplan in Abb. 2. Die eine Wicklung ist in der Unterlage, die andere in der Oberlage der Statornuten untergebracht. Die beiden Wicklungen nutzen jeweils einen Teil der Querschnittfläche der Nuten im Stator.

Im Rotor hat die KSM eine in sich geschlossene Wicklung ohne äußere Anschlüsse, die die beiden Drehfelder mit den Polpaarzahlen p_1 und p_2 miteinander koppelt. Ein Stromsystem in der Rotorwicklung erzeugt gleichzeitig die beiden Felder mit den Polpaarzahlen p_1 und p_2 . Dazu hat die Rotorwicklung einen Aufbau, der sich $(p_1 - p_2)$ -mal am Umfang wiederholt. Die Wicklung ist also bezüglich der beiden Polpaarzahlen p_1 und p_2 unsymmetrisch aufgebaut. Die in sich geschlossene Wicklung besteht aus verschiedenen Wicklungszweigen, die in Reihe geschaltet und/oder in Knoten zusammen geschaltet sind.

Abb. 3 zeigt ein Beispiel für eine Wicklung mit verschiedenen Wicklungszweigen, die in Knoten mit 3 und 5 Leitern zusammen geschaltet sind. Sie ist für die Polpaarzahlen $p_1 = 2$ und $p_2 = -4$ konzipiert. Der Wicklungsaufbau wiederholt sich $p = p_1 - p_2 = 6$ -mal



This document is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) license, exept for the images used entlang des Umfangs. Die Wicklung ist in sich geschlossen und hat keine äußeren Anschlüsse.

2.2 Funktion der KSM

Bei der Leistungsumwandlung in der KSM sind beide Drehfelder gleichzeitig beteiligt. Wenn die Wicklung 1 der Polpaarzahl p_1 mit dem Drehstromnetz der Frequenz f_1 verbunden ist, erzeugt der Strom in der Wicklung 1 ein Drehfeld mit der synchronen Drehzahl $n_{0,1}$ (s. Abb. 2 oben rechts).

Dieses Drehfeld induziert in der Rotorwicklung eine Spannung mit der Frequenz f_R . Da die Rotorwicklung in sich geschlossen ist, fließt in ihr ein Strom, der ebenfalls die Frequenz f_R hat.

Damit wird eine Leistung von der Wicklung 1 über den Luftspalt in den Rotor magnetisch übertragen. Bei der Leistungsübertragung entsteht ein Drehmoment durch das Feld p_1 auf den Rotor.

Die im Rotor induzierte Spannung führt zu einem Strom in der Rotorwicklung, der ein Magnetfeld mit der Polpaarzahl p_2 erzeugt. Dieses Magnetfeld dreht sich mit der Drehzahl $n_{0,2}$ gegenüber dem Stator (s. Abb. 2 unten, rechts). Es induziert in der Statorwicklung 2 eine Spannung mit der Frequenz f_2 .

Sind an der Wicklung 2 Widerstände oder eine Spannungsquelle angeschlossen, fließt in der Wicklung 2 ebenfalls ein Strom. Damit wird von der Rotorwicklung eine Leistung über den Luftspalt in die Wicklung 2 magnetisch übertragen. Bei dieser Leistungsübertragung entsteht durch das Feld p_2 ebenfalls ein Drehmoment auf den Rotor.

Beide Drehmomente wirken gemeinsam auf den Rotor und erzeugen mit der Rotordrehzahl n (s. Abb. 2 Mitte) die mechanische Leistung. Bei der Leistungsumwandlung sind beide Drehfelder mit den Polpaarzahlen p_1 und p_2 beteiligt. Je nach Richtung der Leistungsübertragung arbeitet die KSM motorisch oder generatorisch.

Die Anschlüsse der Statorwicklungen oder der gemeinsamen Wicklung verhalten sich ähnlich wie Rotorwicklungsanschlüsse die Statorund einer Induktionsmaschine mit Schleifringläufer. Sind an der Wicklung 2 Widerstände angeschlossen, arbeitet die KSM unterhalb der synchronen Drehzahl motorisch und oberhalb der synchronen Drehzahl generatorisch. Über die Widerstände können der Strom und das Drehmoment, wie bei einer Induktionsmaschine mit Schleifringläufer, eingestellt werden.

Für die Anwendung als doppelt gespeister Generator wird Wicklung 2 mit einem Wechselrichter verbunden. Mit der Spannung des Wechselrichters können der Strom und das Drehmoment gesteuert werden, so dass die KSM im über- und untersynchronen Bertrieb generatorisch arbeitet, also mechanische Leistung in elektrische Leistung umwandelt. Abb. 4 zeigt die Aufteilung der mechanischen Leistung P_{mech} auf die beiden Leistungen $P_{\delta 1}$ und $P_{\delta 2}$, die mit den Magnetfeldern über den Luftspalt in die Statorwicklungen übertragen werden. Wicklung 1 gibt die Leistung mit der Frequenz f_1 direkt ins Netz. Wicklung 2 speist mit der Frequenz f_2 den Wechselrichter, der die

in the work, which are taken from other works and for which individual image rights and licensing conditions apply. The respective sources of these figures are indicated in the captions.



Abbildung 1 Aufbau der Kaskadenmaschine mit den Polpaarzahlen p_1 und p_2 , links mit getrennten Wicklungen, rechts mit einer gemeinsamen Wicklung für die beiden Polpaarzahlen.



Abbildung 2 Zonenplan für eine Kaskademaschine mit $p_1 = 1$, $p_2 = -3$ mit getrennten 3-strängigen Wicklungen im Stator, $m = m_1 = m_2 = 3$, Zählrichtung des Statorwinkels φ_S und der Drehzahl *n* in mathematisch positiver Richtung, Kennzeichnung der Wicklungszonen der Wicklung 1 in der Unterlage mit p_1 : 1U, 1V, 1W, entsprechend Wicklung 2 in der Oberlage mit p_2 : 2U, 2V, 2W.

Leistung mit der Frequenz f_1 ins Netz speist.

2.3 Vor- und Nachteile der KSM

An den Wicklungsanschlüssen der Statorwicklungen verhält sich die KSM ähnlich wie eine Induktionsmaschine mit Schleifringläufer. Beim Vergleich der Eigenschaften ergeben sich ein paar Vor- und Nachteile der KSM gegenüber der Induktionsmaschine mit Schleifringläufer:

• Vorteile der KSM

- + keine Schleifringe, keine Kohlebürsten
- + weniger Wartungsaufwand, da der Ersatz der Kohlebürsten entfällt
- + einfachere Konstruktion, da der häufig außen liegende Bürstenapparat wegfällt
- + unempfindlich gegenüber Feuchtigkeit und Trockenheit (Verschleiß der Kohlebürsten hängt von der Luftfeuchtigkeit ab)

- + geringere Lagerströme. Die kapazitive Kopplung des Wechselrichters zum Rotor ist geringer als bei Schleifringläufermaschinen. Dadurch sind die Lagerströme und die damit verbunden Lagerschädigungen geringer. Dies führt zu einer größeren Lagerlebensdauer oder weniger Aufwand zur Vermeidung schädlicher Lagerströme.
- + geringe Spannungen im Rotor und damit geringer Isolationsaufwand im Rotor

Nachteile der KSM

- komplizierterer Statoraufbau mit zwei getrennten Wicklungen oder gemeinsamer Wicklung mit getrennten Anschlüssen
- ggf. komplizierte Rotorwicklung
- hohe resultierende Polpaarzahl $p \ge 4$ bzw. Polzahl $2p \ge 8$ (s. unten)
- aus dem Feld mit der Polpaarzahl p₁ entsteht eine synchrone Drehzahl n_{0,1}, die die höchste Drehzahl für einen kontinuierlichen Drehzahlbereich begrenzt
- mehr induktive Energiespeicher durch die zwei Magnetfelder, die die Regelung erschweren

Für Generatorsysteme in Windkraftanlagen stellt der Wegfall der Schleifringe und Kohlebürsten einen großen Vorteil dar. Sie weisen große Betriebszeiten, hohe Zuverlässigkeitsanforderungen und wechselnde Luftfeuchtigkeiten auf (bei Off-Shore-Anwendungen auch salzhaltige Luft), so dass die entfallenden Kohlebürsten und Schleifringe den Betrieb der Anlagen erleichtern.

2.4 Aufbau einer Windkraftanlage mit KSM

Den Prinzipaufbau einer Windkraftanlage mit einer KSM zeigt Abb. 5. Die Windturbine liefert die mechanische Leistung bei einer kleinen Drehzahl und hohem Drehmoment. Mit dem Getriebe wird die Leistung der Windturbine auf eine höhere Drehzahl mit kleinerem Drehmoment übertragen. Die KSM wandelt die mechanische Leistung in elektrische Leistung (Leistungsfluss s. Abb. 4). Im übersynchronen Betrieb mit einer Drehzahl oberhalb der Synchrondrehzahl der KSM geben beide Statorwicklungsteile elektrische Leistung ab.

Wicklung 1 speist die Leistung $P_{S1,gen}$ ins Netz. Die Leistung der Wicklung 2 wird über einen Wechselrichter in eine Leistung $P_{WR,gen}$ mit Netzfrequenz gewandelt und ebenfalls in das Netz gespeist.



Abbildung 3 Rotorwicklung für eine Kaskadenmaschine mit der resultierenden Polpaarzahl p = 6, den einzelnen Polpaarzahlen $p_1 = 2$ und $p_2 = -4$, N = 90 Nuten, Aufbau aus verschiedenen Wicklungszweigen die in Knoten mit 3 und 5 Leitern zusammen geschaltet sind [11].



Abbildung 4 Leistungsfluss des Generatorsystems mit KSM im übersynchronen Betrieb, Zusammenführung der Leistungen mit Transformator hier nicht dargestellt.



Abbildung 5 Prinzipaufbau einer Windkraftanlage mit einer Kaskadenmaschine (KSM) und Umrichter, hier mit getrennten Wicklungen für p_1 und p_2 dargestellt (KSM mit gemeinsamer Wicklung s. Abb. 1 rechts). Zur Anbindung an das Netz kann zwischen der Wicklung 1, dem Umrichter und dem Netz ein 3-Wicklungstransformator angeordnet werden.

3 Resultierende Polpaarzahl, Festlegung zum Drehsinn

Die Kaskadenmaschine arbeitet mit zwei Drehfeldern mit den Polpaarzahlen p_1 und p_2 . Der Stator hat z. B. zwei getrennte Drehstromwicklungen für die beiden Polpaarzahlen p_1 und p_2 (s. Abb. 1 und 2).

Für die folgenden Betrachtungen werden zwei Drehfelder mit zeitlich und räumlich cosinusförmigem Feldverlauf betrachtet. Oberfelder der Statorwicklungen werden an dieser Stelle nicht behandelt. Die Darstellung erfolgt in Statorkoordinaten mit dem Statorwinkel φ_S (s. Abb. 2 für das Beispiel $p_1 = 1, p_2 = -3$).

Die beiden Polpaarzahlen p_1 und p_2 werden wie bei der Induktionsmaschine positiv gezählt, wenn ein jeweils rechtsdrehender Drehstrom mit positiver Frequenz in den Statorwicklungen zu jeweils einem rechtsdrehenden Drehfeld führt (Drehung in mathematisch positiver Richtung):

$$B_{S1}(\varphi_{S},t) = \hat{B}_{S1} \cdot \cos(p_1 \varphi_{S} - 2\pi f_1 t)$$
(1)

$$B_{S2}(\varphi_S, t) = \hat{B}_{S2} \cdot \cos(p_2 \varphi_S - 2\pi f_2 t)$$
(2)

Wird das Feld 1 von der Wicklung 1 mit einem Drehstrom der Frequenz f_1 erzeugt, lässt sich die Frequenz f_R der induzierten Spannungen und Ströme im Rotor in Abhängigkeit von der Drehzahl *n* berechnen:

$$f_{\rm R} = f_1 - p_1 \cdot n \tag{3}$$

Für die Wicklung 2 gilt das gleiche, so dass mit folgenden Beziehungen die Frequenz f_2 der Spannungen und Ströme in der Wicklung 2 berechnet werden kann:

$$f_{\mathbf{R}} = f_2 - p_2 \cdot n \tag{4}$$

$$\rightarrow \quad f_2 = f_{\mathsf{R}} + p_2 \cdot n = f_1 - p_1 \cdot n + p_2 \cdot n$$
$$= f_1 - (p_1 - p_2) \cdot n \tag{5}$$

$$-j_1 (p_1 p_2) n$$
 (3)

$$\rightarrow \quad f_2 = f_1 - p \cdot n \quad \text{mit} \quad p = p_1 - p_2 \tag{6}$$

Die Frequenz in der zweiten Statorwicklung der KSM ergibt sich also genau so, wie die Frequenz im Rotor einer Induktionsmaschine (oder auch Asynchronmaschine genannt) mit Schleifringläufer. Die KSM hat dabei die resultierende Polpaarzahl $p = p_1 - p_2$.

Mit den Frequenzen f_1 und f_2 lässt sich entsprechend die Drehzahl der Maschine bestimmen:

$$n = \frac{f_1 - f_2}{p_1 - p_2} = \frac{f_1 - f_2}{p} \tag{7}$$

4 Wicklungsdurchflutungen und Flussdichteverhältnis

den folgenden Abschnitten die In werden Wicklungsdurchflutungen Stator der KSM im und Rotor in Abhängigkeit vom Drehmoment ermittelt. Dazu werden ein Ersatzschaltbild und die zugehörigen Spannungsgleichungen aufgestellt. dem Flussdichteverhältnis der Rotorwicklung Mit werden die einzelnen Wicklungsdurchflutungen und die verlustrelevante Gesamtdurchflutung ermittelt. Es werden Gleichungen zum Vergleich der KSM mit der Induktionsmaschine angegeben.

4.1 Ziele und Berechnungsgang

Mit den folgenden Berechnungen wird der Zusammenhang zwischen den Durchflutungen Statorwicklungen der und dem Drehmoment der KSM ermittelt. Einen wesentlichen Einfluss die Drehmomentbildung der KSM hat auf das Flussdichteverhältnis der Rotorwicklung (Abschnitt 4.2). Es kennzeichnet das Verhältnis der Flussdichten der beiden Magnetfelder der KSM, wenn in der Rotorwicklung ein Strom fließt.

Zur Berechnung der Ströme werden das Ersatzschaltbild und die Spannungsgleichungen der KSM aufgestellt (Abschnitt 4.3). Die Ströme liefern zusammen mit den Magnetfeldern das Drehmoment (Abschnitt 4.4).

Der magnetische Kreis limitiert die Größen der Magnetfelder (Abschnitt 4.5). Diese Begrenzungen werden in den Gleichungen für das Drehmoment berücksichtigt.

Im Ergebnis stehen Gleichungen zur Berechnung der Wicklungsdurchflutungen in Abhängigkeit vom Drehmoment mit dem Parameter Flussdichteverhältnis zur Verfügung (Abschnitte 4.6 und 4.7). Diese Gleichungen lassen sich zur Optimierung des Flussdichteverhältnisses nutzen (Abschnitt 4.8).

Mit den Gleichungen wird abschließend ein Vergleich mit Induktionsmaschinen mit einer Polzahl vorgenommen (Abschnitt 4.9).

4.2 Flussdichteverhältnis der Rotorwicklung

Die Rotorwicklung koppelt die beiden Drehfelder mit den Polpaarzahlen p_1 und p_2 . Das heißt, dass der Grundstrom in der Rotorwicklung gleichzeitig beide Drehfelder erzeugt:

$$B_{\rm R1} = \hat{B}_{\rm R1} \cdot \cos(p_1 \varphi - 2\pi f_{\rm R} t) \tag{8}$$

$$B_{\rm R2} = \hat{B}_{\rm R2} \cdot \cos(p_2 \varphi - 2\pi f_{\rm R} t) \tag{9}$$

Die Rotorwicklung ist damit durch das Verhältnis $K_{\rm B}$ der beiden Flussdichten

$$K_{\rm B} = \frac{\hat{B}_{\rm R1}}{\hat{B}_{\rm R2}} \tag{10}$$

gekennzeichnet.

Im Folgenden wird gezeigt, wie sich die Durchflutungen der Wicklungen berechnen und wie das Verhältnis $K_{\rm B}$ für eine möglichst geringe Gesamtdurchflutung im Stator gewählt werden kann. Dazu werden die Flussdichte- und Durchflutungsverhältnisse mit Hilfe einer vereinfachten Betrachtung ermittelt. Daraus lässt sich das Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ ermitteln, mit dem sich das Drehmoment mit einer möglichst geringen Durchflutung erzeugen lässt.

4.3 Ersatzschaltbild und Spannungsgleichungen

Ausgangspunkt ist das Ersatzschaltbild der Kaskadenmaschine Statorwicklung aus einer mit der Polpaarzahl p_1 , der Rotorwicklung mit beiden Polpaarzahlen p_1 und p_2 sowie der Statorwicklung mit der Polpaarzahl p2. Für die folgenden Betrachtungen genügt das einsträngige Ersatzschaltbild entsprechend Abb. 6. Die Rotorwicklung wird dabei durch die beiden Teile für die Polpaarzahlen p_1 und p_2 mit einem gemeinsamen Rotorstrom I_R nachgebildet. In [3] wird ein ähnliches Ersatzschaltbild verwendet, wobei jedoch die magnetischen Kopplungen nicht durch Selbst- und Gegeninduktivitäten sondern durch ideale Transformatoren mit parallel geschalteten und Reihe Hauptinduktivitäten in geschalteten Sreuinduktivitäten dargestellt werden. Die Strangzahlen sind für das Ersatzschaltbild in allen Teilen identisch:

$$m_1 = m_2 = m_{\rm R} = m$$
 (11)

Die Darstellung der Rotorwicklung aus zwei Wicklungsteilen mit dem gemeinsamen Strom \underline{I}_R , der beide Felder mit den Polpaarzahlen p_1 und p_2 erzeugt, ist eine Ersatzanordung für die tatsächliche in sich geschlossene Rotorwicklung.

Ein Beispiel für eine Rotorwicklung für eine 12-polige KSM mit den Polpaarzahlen $p_1 = 2$ und $p_2 = -4$ mit 90 Nuten zeigt Abb. 7 [11]. Weitere Rotorwicklungen zeigt Abb. 8 mit ineinander angeordneten Wicklungsschleifen [2]. Den Wicklungen ist gemeinsam, dass die Leiter an der Erzeugung beider Felder beteiligt sind. In den Wicklungen bilden sich Stromsysteme, die unterschiedliche Größen und Strangzahlen abweichend von der Strangzahl der Statorwicklung haben können. Die magnetische Wirkung dieser Wicklungen lässt sich aber mit der Ersatzanordnung aus zwei getrennten Wicklungen für die beiden Polpaarzahlen p_1 und p_2 mit einem gemeinsamen Strom I_R erfassen.

Die Ersatzanordnung ergibt das Flussdichteverhältnis:

$$K_{\rm B} = \frac{\hat{B}_{\rm R1}}{\hat{B}_{\rm R2}} = \left| \frac{\frac{w_{\rm R1}}{p_1} I_{\rm R}}{\frac{w_{\rm R2}}{p_2} I_{\rm R}} \right| = \left| \frac{p_2}{p_1} \right| \cdot \frac{w_{\rm R1}}{w_{\rm R2}'}$$
(12)

$$\frac{w'_{\rm R1}}{w'_{\rm R2}} = \frac{|p_1|}{|p_2|} \cdot K_{\rm B} \tag{13}$$

Das Windungszahlverhältnis der Ersatzanordnung mit zwei Rotorwicklungsteilen hängt also über das Verhältnis der Polpaarzahlen direkt mit dem Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ zusammen.

Zur Erfassung des Flussdichteverhältnisses $K_{\rm B}$ werden die Widerstände und Streuungen der Wicklungen vernachlässigt. Das entsprechende einsträngige Ersatzschaltbild zeigt Abb. 9.

Für die folgenden Betrachtungen ist die Statorwicklung 1 mit dem speisenden Netz der Frequenz f_1 verbunden. Die beiden Polpaarzahlen p_1 und p_2 werden positiv gezählt, wenn ein jeweils rechtsdrehender Drehstrom mit positiver Frequenz in den Statorwicklungen zu jeweils einem rechtsdrehenden Drehfeld führt (s. Abschnitt 3). Beim Betrieb mit der Drehzahl *n* sind die Frequenzen der Rotorwicklung f_R und der zweiten Statorwicklung f_2

$$f_{\rm R} = f_1 - p_1 \cdot n \tag{14}$$

$$f_2 = f_1 - p \cdot n \tag{15}$$

mit der resultierenden Polpaarzahl $p = p_1 - p_2$ (s. Abschnitt 3). Zur Bestimmung der Flussverhältnisse genügt es, den Stillstand der Maschine n = 0 zu betrachten. In diesem Fall sind alle Frequenzen gleich der Statorfrequenz f_1 :

$$n = 0 \quad \rightarrow \quad f_{\mathbf{R}} = f_1 , \quad f_2 = f_1$$
 (16)

$$\boldsymbol{\omega} = 2\pi f_1 \tag{17}$$

Für die Ermittlung der prinzipiellen Stromverhälnisse und Flussverhältnisse reicht es als Näherung aus, nur die Luftspaltinduktivitäten der Grundfelder zu berücksichtigen. Streuflüsse werden vernachlässigt, so dass die jeweiligen Wicklungen streuungslos miteinander gekoppelt sind. Dies ergibt folgende Drehfeldinduktivitäten:

• Statorwicklung 1

$$L_{\rm S1} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{2}{\pi} r lm \frac{\xi_{\rm Sp1}^2 w_{\rm S1}^2}{p_1^2} = K_{\rm L} \frac{w_{\rm S1}^{\prime 2}}{p_1^2}$$
(18)

mit
$$w'_{S1} = \xi_{Sp1} w_{S1}$$
 (19)

· Rotorwicklung Feld 1

$$L_{\rm R1} = K_{\rm L} \frac{w_{\rm R1}^{\prime \prime}}{p_1^2} \quad \text{mit} \quad w_{\rm R1}^{\prime} = \xi_{\rm Rp1} w_{\rm R1} \qquad (20)$$

• Gegeninduktivität Feld 1

$$M_1 = K_{\rm L} \frac{w_{\rm S1}' w_{\rm R1}'}{p_1^2} \tag{21}$$



Abbildung 6 Ersatzschaltbild der Kaskadenmaschine mit den beiden Statorwicklungen mit den Polpaarzahlen p_1 (links) und p_2 (rechts) sowie der Rotorwicklung (Mitte), die mit beiden Drehfeldern p_1 und p_2 gekoppelt ist. Eisenverluste sind nicht berücksichtigt.



Abbildung 7 Rotorwicklung für eine 12-polige Kaskadenmaschine, resultierende Polpaarzahl p = 6, die einzelnen Polpaarzahlen $p_1 = 2$ und $p_2 = -4$, N = 90 Nuten [11].

• Statorwicklung 2

$$L_{S2} = K_{\rm L} \frac{w_{S2}^{\prime 2}}{p_2^2} \quad \text{mit} \quad w_{S2}^{\prime} = \xi_{\rm Sp2} w_{\rm S2} \tag{22}$$

• Rotorwicklung Feld 2

$$L_{\rm R2} = K_{\rm L} \frac{w_{\rm R2}^{\prime 2}}{p_2^2} \quad \text{mit} \quad w_{\rm R2}^{\prime} = \xi_{\rm Rp2} w_{\rm R2} \qquad (23)$$

• Gegeninduktivität Feld 2

$$M_2 = K_{\rm L} \frac{w_{\rm S2}' w_{\rm R2}'}{p_2^2} \tag{24}$$

In den Gln. (18) bis (24) werden die Größen magnetisch wirksamer Luftspalt δ , Bohrungsradius r und magnetisch wirksame Paketlänge l sowie die Strangzahl m in der Größe

$$K_{\rm L} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{2}{\pi} r lm \tag{25}$$

zusammengefasst. Der Aufbau der einzelnen Wicklungen wird mit den Wicklungsfaktoren ξ_{Sp1} , ξ_{Rp1} , ξ_{Sp2} und ξ_{Rp2} berücksichtigt (Nuten je Pol- und Strang, Spulenweite ...).

Für das Ersatzschaltbild 9 ergeben sich mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f_1$ folgende komplexe Spannungsgleichungen für die Rotorspannung \underline{U}_R und die Statorspannung \underline{U}_{1st} :

$$\underline{U}_{R} = j\omega L_{R2}\underline{I}_{R} - j\omega M_{2}\underline{I}_{2st}$$
(26)

$$\underline{U}_{1st} = j\omega L_{S1}\underline{I}_{1st} - j\omega M_1\underline{I}_R \qquad (27)$$



Abbildung 8 Rotorwicklungen für Kaskadenmaschinen, Darstellung von Teilen der gesamten Wicklungen mit Wicklungsschleifen "nested loops" [2].



Abbildung 9 Ersatzschaltbild der Kaskadenmaschine bei Vernachlässigung der Wicklungswiderstände mit den beiden Statorwicklungen (links und rechts) mit den Polpaarzahlen p_1 und p_2 sowie der Rotorwicklung (Mitte), die mit beiden Drehfeldern p_1 und p_2 gekoppelt ist.

Wegen der streuungslosen Verkettung der Wicklungen gilt für die Spannungen aber auch:

$$\underline{U}_{\mathrm{R}} = \frac{w_{\mathrm{R}2}'}{w_{\mathrm{S2}}'} \underline{U}_{2\mathrm{st}}$$
(28)

$$\underline{U}_{1st} = \frac{w'_{S1}}{w'_{R1}} \underline{U}_{R} = \frac{w'_{S1}}{w'_{R1}} \frac{w'_{R2}}{w'_{S2}} \underline{U}_{2st}$$
(29)

Aus den Spannungsgleichungen für die Rotorspannung (26) und die Statorspannung (27) ergeben sich mit den Induktivitäten L_{R2} (23) und M_2 (24) der Rotorstrom \underline{I}_R und der Statorstrom \underline{I}_{1st} zu:

$$\underline{I}_{\rm R} = \frac{\underline{U}_{\rm R}}{j\omega L_{\rm R2}} + \frac{w_{\rm S2}'}{w_{\rm R2}'} \underline{I}_{\rm 2st}$$
(30)

$$\underline{I}_{1st} = \frac{\underline{U}_{1st}}{j\omega L_{S1}} + \frac{M_1}{L_{S1}}\underline{I}_{R}$$
(31)

Durch Einsetzen der Gleichungen für die Induktivitäten und die Spannung \underline{U}_{2st} ergibt sich aus Gl. (31) für den Statorstrom \underline{I}_{1st} :

$$\underline{I}_{1st} = \frac{\underline{U}_{1st}}{j\omega L_{S1}} + \frac{w'_{R1}}{w'_{S1}} \left(\frac{\underline{U}_{R}}{j\omega L_{R2}} + \frac{w'_{S2}}{w'_{R2}} \underline{I}_{2st} \right)$$

$$= \frac{1}{j\omega K_{L}} \frac{p_{1}^{2}}{w'_{S1}w'_{S2}} \frac{w'_{R2}}{w'_{R1}} \underline{U}_{2st} + \frac{1}{j\omega K_{L}} \frac{p_{2}^{2}}{w'_{S1}w'_{S2}} \frac{w'_{R1}}{w'_{R2}} \underline{U}_{2st} + \frac{w'_{S2}}{w'_{S1}} \frac{w'_{R1}}{w'_{R2}} \underline{I}_{2st} (33)$$

4.4 Drehmoment

Mit dem Strom \underline{I}_{R} der Rotorwicklung und den Flussdichten \hat{B}_{1} und \hat{B}_{2} der Drehfelder mit den Polpaarzahlen p_{1} und p_{2} lassen sich die Drehmomente M_{1mech} und M_{2mech} zu den beiden Feldern und das Gesamtdrehmoment M_{mech} berechnen.

Bei der Berechnung des Drehmoments ist die Phasenlage zwischen Drehstrom und Drehfeld relevant. Dazu wird folgender Fall betrachtet, der dem Betrieb einer Induktionsmaschine mit Schleifringläufer und Widerständen oder einer Leistungselektronik mit dem Leistungsfaktor $\cos \varphi_2 = 1$ im Läuferkreis entspricht:

- Die Spannung <u>U</u>_{2st} ist in Phase mit dem Strom <u>I</u>_{2st}. Dazu werden beide Größen als reelle Größen angegeben.
- Die Blindleistung zur Erzeugung der Magnetfelder wird von der Netzseite mit der Spannung <u>U</u>_{1st} zur Verfügung gestellt.

Mit diesen Festlegungen lassen sich die Spannungen und der Strom \underline{I}_{2st} als reelle Größen angeben:

$$\underline{U}_{1\text{st}} = U_{1\text{st}} \tag{34}$$

$$\underline{U}_{2st} = U_{2st} \tag{35}$$

$$\underline{U}_{\mathrm{R}} = U_{\mathrm{R}} \tag{36}$$

$$\underline{I}_{2st} = I_{2st} \tag{37}$$

Das Drehmoment lässt sich nun aus dem Realteil des Rotorstroms $\operatorname{Re}\{I_{R}\}$ und den Magnetfeldern \hat{B}_{1} und \hat{B}_{2} berechnen. Wegen der Übertragung der Luftspaltleistung einmal vom Stator zum Rotor (Magnetfeld 1) und zum anderen vom Rotor zum Stator (Magnetfeld 2) haben die Gleichungen für die Drehmomente unterschiedliche Vorzeichen:

$$M_{\text{mech 1}} = \sqrt{2} \hat{B}_1 r l m w'_{\text{R1}} \cdot \text{Re}\{\underline{I}_{\text{R}}\} \cdot \text{sign}(p_1)$$
(38)

$$= K_{\rm M} B_1 w'_{\rm R1} \cdot {\rm Re}\{\underline{I}_{\rm R}\} \cdot {\rm sign}(p_1)$$
(39)

$$M_{\text{mech}2} = -K_{\text{M}}B_2w'_{\text{R}2} \cdot \text{Re}\{\underline{I}_{\text{R}}\} \cdot \text{sign}(p_2)$$
(40)

$$M_{\rm mech} = M_{\rm mech\,1} + M_{\rm mech\,2} \tag{41}$$

$$= K_{\mathrm{M}}(B_1w'_{\mathrm{R}1} \cdot \operatorname{sign}(p_1) - B_2w'_{\mathrm{R}2} \cdot \operatorname{sign}(p_2))$$

$$\cdot \operatorname{Re}\{\underline{I}_{\mathrm{R}}\}$$
(42)

Hierin sind die geometrischen Größen und die Strangzahl m im Faktor $K_{\rm M}$ zusammengefasst:

$$K_{\rm M} = \sqrt{2} \ rlm \tag{43}$$

Die Flussdichte \hat{B}_1 lässt sich mit Hilfe der Spannungen und Windungszahlen durch die Flussdichte \hat{B}_2 ausdrücken. Die Spannungen U_{1st} und U_{2st} an den Statorwicklungen ergeben sich aus der induzierenden Wirkung der beiden Grundfelder mit den Amplituden \hat{B}_1 und \hat{B}_2 . Wegen der Vernachlässigung von Streufeldern sind die Spannungen gleich den induzierten Spannungen:

$$U_{1\text{st}} = \omega lr \frac{2w'_{\text{S1}}}{|p_1|} \frac{\hat{B}_1}{\sqrt{2}} = K_{\text{U}} \frac{w'_{\text{S1}}}{|p_1|} \hat{B}_1$$
(44)

$$U_{2\text{st}} = \omega lr \frac{2w'_{\text{S2}}}{|p_2|} \frac{\hat{B}_2}{\sqrt{2}} = K_{\text{U}} \frac{w'_{\text{S2}}}{|p_2|} \hat{B}_2$$
(45)

Hierin werden die geometrischen Größen sowie die Frequenz in dem Faktor $K_{\rm U}$ zusammengefasst:

$$K_{\rm U} = \sqrt{2} \cdot \omega lr \tag{46}$$

Mit diesen Beziehungen (44), (45) und Gleichung (29) lässt sich die Flussdichte \hat{B}_1 durch die Flussdichte \hat{B}_2

ausdrücken:

$$\hat{B}_{1} = \frac{|p_{1}|}{K_{\rm U}w_{\rm S1}'} \frac{w_{\rm S1}'}{w_{\rm S2}'} \frac{w_{\rm R2}'}{w_{\rm R1}'} U_{\rm 2st} = \frac{|p_{1}|}{|p_{2}|} \frac{w_{\rm R2}'}{w_{\rm R1}'} \hat{B}_{2} \qquad (47)$$

Diese Gleichung in Gl. (42) eingesetzt, ergibt folgende Beziehungen für das Gesamtdrehmoment:

$$M_{\text{mech}} = K_{\text{M}} \cdot \left(\frac{|p_1|}{|p_2|} \frac{w'_{\text{R}2}}{w'_{\text{R}1}} w'_{\text{R}1} \cdot \operatorname{sign}(p_1) - w'_{\text{R}2} \cdot \operatorname{sign}(p_2) \right) \\ \cdot \hat{B}_2 \cdot \operatorname{Re}\{\underline{I}_{\text{R}}\}$$
(48)
$$= K_{\text{M}} \cdot \left(\frac{|p_1| \cdot \operatorname{sign}(p_1)}{|p_2| \cdot \operatorname{sign}(p_2)} \cdot w'_{\text{R}2} - w'_{\text{R}2} \right) \\ \cdot \operatorname{sign}(p_2) \cdot \hat{B}_2 \cdot \operatorname{Re}\{\underline{I}_{\text{R}}\}$$
(49)
$$W_{\text{M}} \cdot \left(\frac{p_1}{|p_2|} \cdot \frac{1}{|p_2|} \cdot \frac{1}{|p_2$$

$$= K_{\rm M} \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} - 1\right) \cdot w'_{\rm R2} \cdot \operatorname{sign}(p_2)$$
$$\cdot \hat{B}_2 \cdot \operatorname{Re}\{\underline{I}_{\rm R}\}$$
(50)

Für den üblichen Fall $p_1 > 0$ und $p_2 < 0$ [12] berechnet sich das Drehmoment zu

$$M_{\text{mech}} = K_{\text{M}} \cdot \left(1 - \frac{p_1}{p_2}\right) \cdot w_{\text{R2}}' \cdot \hat{B}_2 \cdot \text{Re}\{\underline{I}_{\text{R}}\} \quad \text{für } p_2 < 0$$
(51)

Der Realteil des Rotorstroms ergibt sich aus den Gleichungen (30), (35) und (37) zu

$$\operatorname{Re}\{\underline{I}_{\mathrm{R}}\} = \frac{w_{\mathrm{S2}}'}{w_{\mathrm{R2}}'} I_{2\mathrm{st}}$$
(52)

Die Gleichungen (51) und (52) zusammen genommen, ergeben das Drehmoment:

$$M_{\text{mech}} = K_{\text{M}} \left(1 - \frac{p_1}{p_2} \right) w'_{\text{S2}} \hat{B}_2 I_2 \quad \text{für } p_2 < 0 \tag{53}$$

In dieser Gleichung wird deutlich, dass für ein hohes Drehmoment die beiden Polpaarzahlen unterschiedliche Vorzeichen haben müssen. Nur bei unterschiedlichen Vorzeichen addieren sich die beiden Terme in der Klammer. Dies stimmt mit den Aussagen in [12] zur Wahl der Polpaarzahlen überein.

4.5 Begrenzung der Flussdichte durch die technischen Grenzen des Magnetkreises einer elektrischen Maschine

Die mittlere Luftspaltflussdichte $B_{\rm m}$ ist durch die Sättigung der Eisenwege und den erforderlichen Magnetisierungsstrom begrenzt. Für Induktionsmaschinen ist der Bereich nach [1], S. 585:

$$B_{\rm m} = 0, 4 \dots 0, 65 \, {\rm T} \tag{54}$$

Aus der mittleren Flussdichte $B_{\rm m}$ ergibt sich der Scheitelwert \hat{B} für einen sinusförmigen Feldverlauf zu

$$\hat{B} = \frac{\pi}{2} B_{\rm m} \tag{55}$$

Für die hier betrachtete Kaskadenmaschine setzt sich das Luftspaltfeld aus den beiden Anteilen für die Felder 1 und 2 zusammen. In [3, 4] wird für die Grenze der beiden Flussdichten \hat{B}_1 und \hat{B}_2 die geometrische Summe aus den beiden Flussdichten angesetzt. Mit der mittleren Luftspaltflussdichte B_m gilt dann:

$$\hat{B}^2 = \left(\frac{\pi}{2}B_{\rm m}\right)^2 = \hat{B}_1^2 + \hat{B}_2^2 \tag{56}$$

Aus den Gleichungen (56) und (47) ergibt sich mit Gl. (13) daraus der Zusammenhang

$$\hat{B}_2 = \frac{\hat{B}}{\sqrt{\frac{p_1^2}{p_2^2} \frac{w_{R2}^2}{w_{R1}^2} + 1}} = \frac{\hat{B}}{\sqrt{\frac{1}{K_B^2} + 1}}$$
(57)

Diese Grenze für die Flussdichte \hat{B}_2 in Gleichung (53) eingesetzt, liefert das Drehmoment

$$M_{\rm mech} = K_{\rm M} \left(1 - \frac{p_1}{p_2} \right) \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{K_{\rm B}^2} + 1}} \hat{B} w_{\rm S2}' I_{\rm 2st}$$
(58)

Diese Gleichung zeigt die Abhängigkeit des Drehmoments von den gewählten Polpaarzahlen p_1 und p_2 sowie dem Flussdichteverhältnis K_B der Rotorwicklung.

4.6 Durchflutungen des Stators

Für die Verluste einer Maschine ist u. a. die gesamte Durchflutung im Stator relevant. Die Durchflutungen der beiden Statorströme \underline{I}_{1st} und \underline{I}_{2st} mit der Strangzahl *m* und den Windungszahlen w_1 und w_2 sind:

$$\Theta_{\rm S1} = 2mw_{\rm S1}|\underline{I}_{\rm 1st}| \tag{59}$$

$$\Theta_{\mathrm{S2}} = 2mw_{\mathrm{S2}}|\underline{I}_{\mathrm{2st}}| = 2mw_{\mathrm{S2}}I_{\mathrm{2st}} \tag{60}$$

Umgekehrt lassen sich die Ströme durch die Durchflutungen ausdrücken. Damit ergibt sich das Drehmoment aus der Durchflutung Θ_{S2} zu

$$M_{\rm mech} = K_{\rm M} \left(1 - \frac{p_1}{p_2} \right) \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{K_{\rm B}^2} + 1}} \hat{B} \frac{w_{\rm S2}'}{w_{\rm S2}} \frac{\Theta_{\rm S2}}{2m}$$
(61)

$$=K_{\rm M}\left(1-\frac{p_1}{p_2}\right)\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{K_{\rm B}^2}+1}}\hat{B}\xi_{\rm S2}\frac{\Theta_{\rm S2}}{2m} \tag{62}$$

Entsprechend lässt sich für ein vorgegebenes Drehmoment M_{mech} die Durchflutung Θ_{S2} berechnen:

$$\Theta_{\rm S2} = 2m \frac{\sqrt{\frac{1}{K_{\rm B}^2} + 1}}{1 - \frac{p_1}{p_2}} \frac{1}{K_{\rm M} \hat{B} \xi_{\rm S2}} M_{\rm mech}$$
(63)

Die Durchflutung Θ_{S1} der Statorwicklung nach Gl. (59) ergibt sich mit dem Strom nach Gl. (33) und mit <u>I</u>_{2st} = I_{2st} sowie <u>U</u>_{2st} = U_{2st} zu

$$\Theta_{S1} = 2mw_{S1} \cdot \left| \frac{1}{j\omega K_L} \frac{p_1^2}{w'_{S1}w'_{S2}} \frac{w'_{R2}}{w'_{R1}} U_{2st} + \frac{1}{j\omega K_L} \frac{p_2^2}{w'_{S1}w'_{S2}} \frac{w'_{R1}}{w'_{R2}} U_{2st} + \frac{w'_{S2}}{w'_{S1}} \frac{w'_{R1}}{w'_{R2}} I_{2st} \right|$$
(64)

Die Spannung U_{2st} wird entspr. Gl. (45) durch die Flussdichte \hat{B}_2 ersetzt. Die Verhältnisse w'_{S1}/w_{S1} und w'_{S2}/w_{S2} werden durch die Wicklungsfaktoren nach Gln. (19) und (22) ersetzt. Damit ergibt sich die Durchflutung Θ_{S1} zu:

$$\Theta_{S1} = \left| \frac{2m}{j\omega K_L} \left(p_1^2 \frac{w'_{R2}}{w'_{R1}} + p_2^2 \frac{w'_{R1}}{w'_{R2}} \right) \frac{K_U}{\xi_{Sp1} |p_2|} \hat{B}_2 + \frac{\xi_{Sp2}}{\xi_{Sp1}} \cdot \frac{w'_{R1}}{w'_{R2}} \Theta_{S2} \right|$$
(65)

Die Windungszahlen des Rotors lassen sich mit Gl. (13) durch das Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ der Rotorwicklung ersetzen:

$$\Theta_{S1} = \left| \frac{2m}{j\omega K_{L}} \left(\frac{|p_{1}p_{2}|}{K_{B}} + |p_{1}p_{2}| \cdot K_{B} \right) \frac{K_{U}}{\xi_{Sp1}|p_{2}|} \hat{B}_{2} + \frac{\xi_{Sp2}}{\xi_{Sp1}} \cdot \frac{|p_{1}|}{|p_{2}|} K_{B} \Theta_{S2} \right|$$

$$= \frac{|p_{1}|}{\xi_{Sp1}} \cdot \left| \frac{2mK_{U}}{j\omega K_{L}} \left(\frac{1}{K_{B}} + K_{B} \right) \hat{B}_{2} + \frac{\xi_{Sp2}}{|p_{2}|} K_{B} \Theta_{S2} \right|$$
(66)
(67)

Für die Stromwärmeverluste des Stators werden zwei Fälle unterschieden:

- 1. Stator mit getrennten Wicklungen für die beiden Polpaarzahlen p_1 und p_2
- 2. Stator mit einer gemeinsamen Wicklung für die beiden Polpaarzahlen p_1 und p_2

Im Fall 1 der getrennten Wicklungen steht vom gesamten Nutquerschnitt der jeweiligen Wicklung ein Anteil entsprechend der Durchflutung zur Verfügung. Für die Stromwärmeverluste des Stators ist dann die Summe der beiden Nutdurchflutungen relevant.

Für den Fall 2 einer gemeinsamen Wicklung, wird eine Wicklung eingesetzt, die bei Speisung an verschiedenen Anschlüssen die beiden Felder erzeugt. So steht für beide Durchflutungen der gesamte Nutquerschnitt zur Verfügung. Da die Ströme unterschiedliche Frequenzen und unterschiedliche räumliche Verteilungen haben, ergibt sich die für die Stromwärmeverluste maßgebende Durchflutung aus der geometrischen Summe der beiden Durchflutungen.

Die für die Verluste maßgebenden Durchflutungen ergeben sich also zu

• Fall 1 getrennte Wicklungen

$$\Theta_{\text{S verl get}} = \Theta_{\text{S1}} + \Theta_{\text{S2}} \tag{68}$$

• Fall 2 gemeinsame Wicklung

$$\Theta_{\rm S \, verl \, gem} = \sqrt{\Theta_{\rm S1}^2 + \Theta_{\rm S2}^2} \tag{69}$$

4.7 Rotordurchflutung

Mit dem Flussverhältnis $K_{\rm B}$ der Rotorwicklung sind die Rotordurchflutung und die Felderregerkurve verknüpft. Die Rotordurchflutung ergibt sich aus dem Rotorstrom und der Windungszahl des Rotors. Für das Feld 2 gilt entsprechend Gl. (31):

$$\underline{\Theta}_{R2} = 2mw'_{R2}\underline{I}_{R} = 2mw'_{R2}\left(\frac{\underline{U}_{R}}{j\omega L_{R2}} + \frac{w'_{S2}}{w'_{R2}}\underline{I}_{2st}\right)$$
(70)

Die Spannung \underline{U}_{R} wird mit den Gleichungen (23), (28) und (45) durch die Flussdichte \hat{B}_{2} und der Strom $\underline{I}_{2st} = I_{2st}$ mit Gl. (60) mit der Durchflutung Θ_{S2} ersetzt, so dass für die Rotordurchflutung folgende Gleichung gilt:

$$\underline{\Theta}_{R2} = 2 \frac{K_U}{j\omega K_L} m p_2 \hat{B}_2 + \xi_{S2} \Theta_{S2}$$
(71)

$$\Theta_{\rm R2} = |\underline{\Theta}_{\rm R2}| = \left| 2 \frac{K_{\rm U}}{j\omega K_{\rm L}} m p_2 \hat{B}_2 + \xi_{\rm S2} \Theta_{\rm S2} \right| \tag{72}$$

Mit den Windungszahlen der Rotorwicklung lässt sich auch die Durchflutung für das Feld 1 angeben und mit Gl. (13) durch das Flussdichteverhältnis ausdrücken:

$$\Theta_{\mathrm{R}1} = \frac{w_{\mathrm{R}1}'}{w_{\mathrm{R}2}'} \Theta_{\mathrm{R}2} = \frac{|p_1|}{|p_2|} \cdot K_{\mathrm{B}} \cdot \Theta_{\mathrm{R}2}$$
(73)

Aus den beiden Durchflutungen Θ_{R1} und Θ_{R1} lässt sich die für die Stromwärmeverluste relevante Durchflutung des Rotors ermitteln. Da die räumliche Verteilung der Ströme für die beiden Durchflutungen unterschiedlich sind, ergibt sich die verlustrelevante Durchflutung aus der geometrischen Summe der beiden Durchflutungen:

$$\Theta_{\rm Rverl} = \sqrt{\Theta_{\rm R1}^2 + \Theta_{\rm R2}^2} \tag{74}$$

4.8 Optimales Flussdichteverhältnis der Rotorwicklung

Die Rotorwicklung soll die beiden Statorwicklungen bzw. die gemeinsame Statorwicklung möglichst effizient für die Drehmomentbildung koppeln. Das heißt, dass die Drehmomenterzeugung mit möglichst geringen Verlusten erfolgen soll.

Geringe Verluste im Stator sind gleichbedeutend mit einer geringen erforderlichen Durchflutung im Stator. Daher werden die Beziehungen zur Ermittlung eines Flussdichteverhältnisses K_{Bopt} genutzt, das für ein gegebenes Drehmoment zu einer geringen Durchflutung im Stator führt.

Mit den vorgenannten Gleichungen lässt sich die erforderliche Statordurchflutung in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis bestimmen und das optimale Verhältnis für das Flussdichteverhältnis ermitteln:

- 1. Vorgabe eines Flussdichteverhältnisses K_B
- 2. Berechnung der Flussdichte \hat{B}_2 mit Gl. (57)
- 3. Berechnung der Statordurchflutung Θ_{S2} mit Gl. (63)
- 4. Berechnung der Statordurchflutung Θ_{S1} mit Gl. (67)

- 5. Berechnung der verlustrelevanten Statordurchflutung mit Gln. (68) und (69)
- 6. die kleinsten verlustrelevanten Statordurchflutungen $\Theta_{verlget}$ und $\Theta_{verlgem}$ führen zu den optimalen Flussdichteverhältnissen $K_{B optget}$ und $K_{B optgem}$

Mit diesem Rechenverfahren lassen sich die Flussdichteverhältnisse K_{Boptget} und K_{Boptgem} der Rotorwicklung für eine geringste Statordurchflutung und damit für kleinste Statorstromwärmeverluste bei einer gegebener Geometrie bestimmen. Dieses Verhältnis ist eine wichtige Größe für den Entwurf und die Beurteilung von Rotorwicklungen für Kaskadenmaschinen.

4.9 Vergleich der Drehmomentausbeute mit Induktionsmaschinen mit einer Polpaarzahl

Die Gleichungen zur Drehmomentberechnung können auch zum Vergleich mit der Induktionsmaschine (auch Asynchronmaschine genannt) mit Schleifringläufer verwendet werden. Für einzelne Polpaarzahlkombinationen finden sich Werte in [7].

Für den Vergleich zwischen KSM und Induktionsmaschine/Asynchronmaschine mit Schleifringläufer werden hier die Gleichungen für die Drehmomentermittlung unter gleichen Randbedingungen verwendet. Die entsprechende Maschine mit Schleifringläufer hat nur ein Drehfeld mit der Polpaarzahl $p = p_1 - p_2$, so dass Gleichung (55) zur Flussdichte \hat{B}_{SL} führt:

$$\hat{B}_{\rm SL} = \frac{\pi}{2} \cdot B_{\rm m} \tag{75}$$

Für den Vergleich wird für die Schleifringläufermaschine die gleiche Statordurchflutung angesetzt, wie die Gesamtdurchflutung der KSM bei bestem Flussdichteverhältnis $K_{Boptget}$ oder $K_{Boptgem}$ der Rotorwicklung. Für den Vergleich wird immer die Durchflutung bei getrennten Statorwicklungen herangezogen. Wenn eine Ausführung mit gemeinsamer Wicklung möglich ist, wird auch der Vergleich mit der Durchflutung für eine gemeinsame Wicklung gemacht.

$$\Theta_{SLget} = \Theta_{Sverlget}$$
, $\Theta_{SLgem} = \Theta_{Sverlgem}$ (76)

Aus der Flussdichte \hat{B}_{SL} ergibt sich entsprechend Gl. (44) die Statorspannung U_{SL} :

$$U_{\rm SL\,st} = K_{\rm U} \frac{w_{\rm SL}'}{p} \hat{B}_{\rm SL} \tag{77}$$

Die Spannung U_{SLst} erfordert den Magnetisierungsstrom $I_{\mu SLst}$ bzw. die Magnetisierungsdurchflugung $\Theta_{\mu SL}$:

$$I_{\mu \,\text{SL}\,\text{st}} = \frac{U_{\text{SL}\,\text{st}}}{\omega L_{\text{SL}}} \tag{78}$$

$$\Theta_{\mu SL} = 2m w_{SL} I_{\mu SL st} = 2m \frac{U_{SL st} w_{SL}}{\omega L_{SL}}$$
(79)

Mit der Induktivität L_{SL} entsprechend Gl. (18) und der Flussdichte \hat{B}_{SL} erhält man die

Magnetisierungsdurchflutung zu

$$\Theta_{\mu \,\text{SL}} = 2mw_{\text{SL}} \frac{K_{\text{U}} \frac{w_{\text{SL}}}{p} \hat{B}_{\text{SL}}}{\omega K_{\text{L}} \frac{w_{\text{SL}}^{\prime 2}}{p^{2}}}$$
(80)

$$= 2m \frac{K_{\rm U} p \hat{B}_{\rm SL}}{\omega K_{\rm L}} \frac{w_{\rm SL}}{w'_{\rm SL}}$$
(81)

$$= 2m \frac{K_{\rm U} p \hat{B}_{\rm SL}}{\omega K_{\rm L}} \frac{1}{\xi_{\rm SL}}$$
(82)

Für die Drehmomentbildung verbleiben dann nur noch die Anteile Θ_{MSLget} und Θ_{MSLgem} der gesamten Durchflutung:

$$\Theta_{\rm MSLget} = \sqrt{\Theta_{\rm SLget}^2 - \Theta_{\mu\,\rm SL}^2} \tag{83}$$

$$\Theta_{\rm MSL\,gem} = \sqrt{\Theta_{\rm SL\,gem}^2 - \Theta_{\mu\,\rm SL}^2} \tag{84}$$

Mit den Durchflutungen Θ_{MSLget} und Θ_{MSLgem} , die dem Realteil des Stromes bzw. der Durchflutung entsprechen, und der Flussdichte \hat{B}_{SL} lassen sich entsprechend Gl. (39) die Vergleichsdrehmomente $M_{mechSLget}$ und $M_{mechSLgem}$ berechnen. Der in der Gleichung benötigte Strom ergibt sich aus der Durchflutung zu

$$I_{\rm MSLget} = \frac{\Theta_{\rm MSLget}}{2mw_{\rm SL}}$$
, $I_{\rm MSLgem} = \frac{\Theta_{\rm MSLgem}}{2mw_{\rm SL}}$ (85)

Damit erhält man die Drehmomente der Induktionsmaschine:

$$M_{\rm mech\,SL\,get} = K_{\rm M}\hat{B}_{\rm SL}w'_{\rm SL}I_{\rm M\,SL\,get}$$
(86)

$$= \frac{K_{\rm M}}{2m} \hat{B}_{\rm SL} \xi_{\rm SL} \Theta_{\rm MSLget} \qquad (87)$$

$$M_{\rm mech\,SL\,gem} = \frac{K_{\rm M}}{2m} \hat{B}_{\rm SL} \xi_{\rm SL} \Theta_{\rm M\,SL\,gem}$$
 (88)

Die Faktoren K_{mechget} und K_{mechgem} aus den Verhältnissen der Drehmomente einer KSM und den Vergleichsdrehmomenten der Schleifringläufermaschine liefern einen Anhaltswert für die Drehmomentausnutzung der KSM im Vergleich zur Schleifringläufermaschine:

$$K_{\text{mechget}} = \frac{M_{\text{mech}}}{M_{\text{mechSLget}}}$$
, $K_{\text{mechget}} = \frac{M_{\text{mech}}}{M_{\text{mechSLget}}}$ (89)

5 Berechnungsergebnisse

Die dargestellten Gleichungen werden für Berechnungen der Durchflutungen an einer Beispielmaschine der Baugröße 355 verwendet. Als Basis dient ein Blechschnitt für Standard-Induktionsmaschinen mit 6 Polen. Tab. 1 zeigt die Daten für die Beispielberechnungen.

In [12] wird dargestellt, welche Polpaarzahlkombinationen p_1 und p_2 sich für Kaskadenmaschinen eignen. Dabei werden die effiziente Drehmomentbildung, parasitäre Effekte wie magnetische Kopplungen und Schwingungen sowie die Möglichkeiten für eine gemeinsame Statorwicklung für beide Magnetfelder untersucht. Für die dort angegebenen Polpaarzahlen werden die Durchflutungen berechnet und im folgenden die Ergebnisse dargestellt.

Tabelle 1 Daten der Maschine für dieBeispielberechnungen.

Baugröße/Achshöhe	h	mm	355
Blechpaketaußendurch-	D	mm	580
messer			
magnetisch wirksame	l	mm	450
Blechpaketlänge			
Bohrungsdurchmesser	d	mm	425
Bohrungsradius	r	mm	212,5
magnetisch wirksamer	δ	mm	1,5
Luftspalt			
Wicklungsfaktor der	$\xi_{S1} = \xi_{S2}$		0,866
Statorwicklung			
(Näherung verteilter			
Strombelag für beide			
Wicklungen)			
Scheitelwert	\hat{B}_{ges}	Т	0,785
Gesamtflussdichte			
Drehmoment	M _{mech}	Nm	1600
(entspricht 250 kW 4-			
poliger Motor)			
Polpaarzahl Netzw.	p_1		2
Polpaarzahl WR-W.	p_2		-4
resultierende	p		6
Polpaarzahl			
Statornutzahl	N _S		72
Rotornutzahl	N _R		84
Statornuthöhe	h _{S nut}	mm	40
Statornutbreite	$b_{ m Snut}$	mm	12,41
Statornutöffnungswinkel	$\alpha_{\rm Snut}$	0	5
Rotornuthöhe	$h_{\rm Rnut}$	mm	53
Rotornutbreite	$b_{\rm Rnut}$	mm	5,3
Statornutfläche	$A_{\rm S}$	mm ²	417,3
Rotornutfläche	$A_{\rm R}$	mm ²	266,9

Bei den Berechnungen wird jeweils ein Drehmoment $M_{\text{mech}} = 1600 \text{ Nm}$ angesetzt, das ein für die Baugröße 355 übliches Drehmoment ist. Es entspricht einer Leistung von 250kW bei 4-poligen Motoren. Die Ergebnisse für die Durchflutungen des Stators und des Rotors sowie die optimalen Flussdichteverhältnisse zeigt Tab. 3. Nachfolgend werden die Ergebnisse für einzelne Polpaarzahlen dargestellt. Die Zahlenwerte für die Induktionsverhältnisse und Drehmomentverhältnisse einzelner Polpaarzahlen gibt Tab. 2 wieder.

Alle Berechnungen sind nur exemplarisch für Geometrie durchgeführt. Die Aussagen diese zu den Durchflutungen, Induktivitätsverhältnissen und Drehmomentverhältnissen stellen daher keine allgemein gültigen Werte dar. Sie lassen sich aber mit den angegebenen Gleichungen für andere Geometrien in gleicher Weise bestimmen. Wegen der Vernachlässigung der Streuinduktivitäten und der Widerstände sowie der Eisenverluste sind die Werte zunächst Anhaltswerte, die in weiteren Arbeiten mit Berücksichtigung der Widerstände, Streuungen usw. überprüft werden sollen.



Abbildung 10 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis K_B für p = 4, $p_1 = 1$, $p_2 = -3$.



Abbildung 11 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ für $p = 4, p_1 = 3, p_2 = -1$.

5.1 Durchflutungen 8-polige KSM

Die kleinste Polpaarzahl der Kaskadenmaschine, die ohne Rüttelkräfte und störende magnetische Kopplungen realisierbar ist, ist p = 4 mit den Polpaarzahlen $p_1 = 1$ und $p_2 = -3$ oder $p_1 = 3$ und $p_2 = -1$, Details s. [12]. Mit Rücksicht auf den Drehzahlstellbereich ist nur die Kombination $p_1 = 1$ und $p_2 = -3$ sinnvoll [12]. Hier werden für den Verglich der Durchflutungen aber trotzdem beide Kombinationen betrachtet.

Abb. 10 zeigt die Statordurchflutung für ein Drehmoment von $M_{\text{mech}} = 1600 \text{ Nm}$ in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis K_{B} der Rotorwicklung für $p_1 = 1$ und $p_2 = -3$. Für die umgekehrten Polpaarzahlen $p_1 = 3$ und $p_2 = -1$ zeigt Abb. 11 die Durchflutungen.

Die Kombination $p_1 = 1$ und $p_2 = -3$ erreicht das Drehmoment mit einer etwas geringeren Durchflutungen von $\Theta_{\text{thgetr}} = 49160$ A als die Kaskadenmaschine $p_1 =$ 3 und $p_2 = -1$ mit $\Theta_{\text{thgetr}} = 51513$ A. Die thermisch

Polp	Polpaarzahlen Statorwicklung						Hinweise		
			getre	getrennte Wicklungen			einsame Wi		
p	p_1	p_2	$\Theta_{\rm thget}$	$K_{\rm Boptgetr}$	K _{mech get}	$\Theta_{\rm thgem}$	$K_{\rm Boptgem}$	Kmechgem	
			A	1	1	A	1	1	
4	1	-3	49160	1,38	0,77	36030	1,62	1,14	Ausgleichsströme
4	3	-1	51513	0,66	0,73	38513	0,54	1,04	kleines Drehzahlverh.
6	2	-4	53696	1,15	0,77	_	_	-	
6	4	-2	56976	0,72	0,71	_	_	_	
7	2	-5	53952	1,20	0,83	38682	1,35		gem. Wickl. prüfen
8	2	-6	54171	1,26	0,91	39060	1,41		Ausgleichsströme
8	3	-5	58231	1,05	0,80	41197	1,05		
8	5	-3	62263	0,74	0,71	45467	0,63	1,44	
9	2	-7	54379	1,29	1,06	39399	1,48		gem. Wickl. prüfen
9	3	-6	58855	1,07	0,87	_	_	-	
9	6	-3	65394	0,68	0,71	_	_	-	
10	1	-9	48025	1,74		37246	2,29		gem. Wickl. prüfen
10	2	-8	54576	1,32	1,35	39705	1,55		
10	3	-7	59385	1,12	1,00	42160	1,17		
10	4	-6	63055	0,95	0,85	44617	0,93		
10	6	-4	67699	0,72	0,73	49533	0,63		

Tabelle 2 Durchflutungen, Induktionsverhältnisse und Drehmomentverhältnisse einzelner Polpaarzahlen für dieBaugröße 355, Drehmoment 1600Nm.

wirksame Durchflutung ist bei gemeinsamer Wicklung deutlich kleiner als bei getrennten Wicklungen. Für $p_1 = 1$ und $p_2 = -3$ gilt z. B.: $\Theta_{\text{thgem}} = 36030 \text{ A}$ Hier ist jedoch zu beachten, dass eine gemeinsame Wicklung Ausgleichsströme zwischen den einzelnen Wicklungsteilen für die niedrigere Polzahl aufweist.

Die optimalen Flussdichteverhältnisse hängen davon ab, ob es sich im Stator um getrennte Wicklungen $(K_{\text{B opt get}} = 1,38)$ oder eine gemeinsame Wicklung handelt $(K_{\text{B opt gem}} = 1,62).$

Die Maschine mit $p_1 = 1$ und $p_2 = -3$ mit getrennten Wicklungen weist ein Verhältnis zum Vergleichsdrehmoment einer Induktionsmaschine mit einer Polpaarzahl p = 4 von etwa $K_{mechget} = 0,77$ auf. Mit diesem Faktor lässt sich die Kaskadenmaschine etwa mit dem gleichen Gesamtvolumen wie eine Induktionsmaschine mit Schleifringläufer bauen, da die Schleifringe und der Bürstenapparat wegfallen und daher ein größeres Volumen für den Aktivteil zur Verfügung steht.

Mit einer gemeinsamen Statorwicklung für beide Polpaarzahlen ist das Verhältnis zur Induktionsmaschine etwa $K_{\text{mechgem}} = 1, 14$. Durch den Wegfall der Bürsten und Schleifringe ist also mit der KSM ein höheres Drehmoment als mit der Induktionsmaschine im gleichen Bauvolumen erreichbar.

5.2 Durchflutungen 12-polige KSM

Kaskadenmaschinen lassen sich 12-polig ausführen [12]. Viele real gebaute KSM sind mit den Polpaarzahlen p = 6, $p_1 = 2$, $p_2 = -4$ oder $p_1 = 4$, $p_2 = -2$ realisiert



Abbildung 12 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis K_B für p = 6, $p_1 = 2$, $p_2 = -4$.



Abbildung 13 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ für p = 6, $p_1 = 4$, $p_2 = -2$.

(z. B. werden Versuchsmotoren in [3, 8, 9, 10, 11, 13, 6] dargestellt). Hinsichtlich der Durchflutungen haben sie ähnliche Eigenschaften wie die in Abschnitt 5.1 dargestellten KSM mit p = 4.

Die Durchflutungen zeigen Abb. 12 und 13. Die Kombination $p_1 = 2$, $p_2 = -4$ kommt mit einer etwas kleineren Durchflutung $\Theta_{thgem} = 53696 A$ aus, als die Kombination $p_1 = 4$, $p_2 = -2$ $\Theta_{\text{thgem}} = 56976 \text{ A}$. Beide Durchflutungen sind größer als die Werte fiir Ausführungen mit p = 4.Die optimalen Flussdichteverhältnisse unterscheiden deutlich sich zwischen den beiden Polpaarzahlkombinationen.

Bei der Kombination $p_1 = 2$ und $p_2 = -4$ erreichen KSM mit p = 6 ebenfalls ein Verhältnis zum Vergleichsdrehmoment einer Induktionsmaschine von etwa $K_{\text{mechget}} = 0,77$. So kann die Maschine ebenfalls im etwa gleichen Volumen wie eine Induktionsmaschine mit Schleifringläufer gebaut werden.

Eine Ausführung mit gemeinsamer Wicklung für p_1 und p_2 ist nicht möglich, so dass hierfür kein Verhältnis zum Vergleichsdrehmoment angegeben werden kann.

5.3 Durchflutungen 14-polige KSM

Für die 14-polige KSM (p = 7, $p_1 = 2$, $p_2 = -5$) zeigt Abb. 14 die Durchflutungskurven. Das optimale Flussdichteverhältnis ist für getrennte Statorwicklungen $K_{\text{B opt get}} = 1,20$. Die thermisch wirksame Durchflutung ist mit $\Theta_{\text{th getr}} = 53952 \text{ A}$ ähnlich wie bei der 12-poligen KSM (Abschnitt 5.2) und größer als bei der 8-poligen KSM (Abschnitt 5.1).

Bei einer gemeinsamen Statorwicklung gilt $K_{\text{Boptgem}} = 1,35$ und $\Theta_{\text{thgem}} = 38682 \text{ A}$. Die thermisch wirksame Durchflutung ist also etwas größer als bei der 8-poligen KSM (Abschnitt 5.1). Die Realisierbarkeit einer gemeinsamen Wicklung muss geprüft werden.



Abbildung 14 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ für $p = 7, p_1 = 2, p_2 = -5$.



Abbildung 15 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ für $p = 8, p_1 = 2, p_2 = -6.$



Abbildung 16 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ für p = 8, $p_1 = 3$, $p_2 = -5$.



Abbildung 17 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis K_B für p = 8, $p_1 = 5$, $p_2 = -3$.



Abbildung 18 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ für $p = 9, p_1 = 2, p_2 = -7$.

5.4 Durchflutungen 16-polige KSM

Für 16-polige KSM (p = 8) kommen 3 Polzahlkombinationen in Frage. Die Durchflutungen zeigen Abb. 15, 16 und 17. Die thermisch wirksamen Durchflutungen bei getrennten Wicklungen sind mit $\Theta_{\text{thget}} = 54171...62263$ A größer als bei den KSM mit geringerer Polzahl (Abschnitte 5.1, 5.2, 5.3).

Das gleiche gilt für gemeinsame Wicklungen mit $\Theta_{\text{thgem}} = 39060 \dots 45467 \text{ A}$. Die Kombination $p_1 = 2$, $p_2 = -6$ zeigt die geringsten Durchflutungen. Bei der Ausführung mit gemeinsamer Wicklung sind die Ausgleichsströme innerhalb der Statorwicklung zu betrachten.

5.5 Durchflutungen 18-polige KSM

Für 18-polige KSM (p = 9) kommen ebenfalls 3 Polzahlkombinationen in Frage. Die Durchflutungen zeigen Abb. 18, 19 und 20. Die verlustrelevanten



Abbildung 19 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis K_B für p = 9, $p_1 = 3$, $p_2 = -6$.



Abbildung 20 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ für $p = 9, p_1 = 6, p_2 = -3$.



Abbildung 21 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ für $p = 10, p_1 = 1, p_2 = -9$.



Abbildung 22 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ für $p = 10, p_1 = 2, p_2 = -8$.

Durchflutungen bei getrennten Wicklungen sind mit $\Theta_{\text{thget}} = 54379...65394 \text{ A}$ ähnlich wie bei 16-poligen KSM (p = 8).

Das gleiche gilt für die Kombination $p_1 = 2$, $p_2 = -7$ mit gemeinsamer Wicklung: $\Theta_{\text{thgem}} = 39399$ A. Die Realisierbarkeit einer gemeinsamen Wicklung muss geprüft werden.

5.6 Durchflutungen 20-polige KSM

KSM mit p = 10 lassen sich mit 5 Polzahlkombinationen realisieren. Die Durchflutungen zeigen Abb. 21, 22, 23, 24, und 25 Alle Kombinationen lassen sich im Prinzip mit gemeinsamer Wicklung ausführen. Das Polzahlverhältnis ist bei $p_1 = 1$, $p_2 = -9$ jedoch so groß, dass die Möglichkeit einer gemeinsamen Wicklung genau geprüft werden muss.

Die verlustrelevanten Durchflutungen sind bei getrennten Wicklungen bei den ersten beiden



Abbildung 23 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis K_B für p = 10, $p_1 = 3$, $p_2 = -7$.



Abbildung 24 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis K_B für p = 10, $p_1 = 4$, $p_2 = -6$.



Abbildung 25 Durchflutung der Stator- und der Rotorwicklungen in Abhängigkeit vom Flussdichteverhältnis $K_{\rm B}$ für $p = 10, p_1 = 6, p_2 = -4$.

Netzw.	Umrichterwicklung											
				Polpaarzahl <i>p</i> ₂								
p_1	M = 1600 Nm			-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9
1	Gesamtpolpz	n		2	3	4	5	6	7	8	9	10
-	Flussdichtey	$K_{\rm R oatr}$		_	_	1.38	_	_	_	_	_	1.74
	Statordurchfl.	$\Theta_{\rm Sth gatr}$	Α	_	_	49160	_	_	_	_	_	48025
	Rotordurchfl.	$\Theta_{\rm R th getr}$	A	_	_	31215	_	_	_	_	_	35902
	Flussdichtev.	Kurgen		_	_	1.62	_	_	_	_	_	2.29
	Statordurchfl.	Θ_{Sthgem}	Α	_	_	36030	_	_	_	_	_	37246
	Rotordurchfl.	$\Theta_{\rm R th gem}$	A	_	_	30777	_	_	-	_	-	35302
2	Gesamtpolpz.	p		3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Flussdichtev.	$K_{\rm Bgetr}$		_	_	_	1,15	1,20	1,26	1,29	1,32	_
	Statordurchfl.	$\Theta_{\rm Sthgetr}$	Α	-	-	-	53696	53952	54171	54379	54576	-
	Rotordurchfl.	$\Theta_{\rm Rthgetr}$	A	-	-	_	31555	32305	33045	33908	34785	-
	Flussdichtev.	K _{B gem}		-	-	_	-	1,35	1,41	1,48	1,55	-
	Statordurchfl.	$\Theta_{\rm Sthgem}$	A	-	-	-	-	38682	39060	39399	39705	-
	Rotordurchfl.	$\Theta_{\rm Rthgem}$	Α	-	-	_	-	31889	32611	33390	34232	-
3	Gesamtpolpz.	р		4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Flussdichtev.	$K_{\rm Bgetr}$		0,66	-	-	-	1,05	1,07	1,12	1,15	1,15
	Statordurchfl.	$\Theta_{\rm Sthgetr}$	A	51513	-	-	-	58231	58855	59385	59845	60252
	Rotordurchfl.	$\Theta_{\rm Rthgetr}$	A	30441	-	-	-	32010	32846	33592	34466	35475
	Flussdichtev.	$K_{\rm Bgem}$		0,54	-	-	-	1,05	-	1,17	1,20	1,23
	Statordurchfl.	$\Theta_{\rm Sthgem}$	A	38513	-	-	-	41197	-	42160	42571	42942
	Rotordurchfl.	$\Theta_{\rm Rthgem}$	A	30245	-	_	-	32010	-	33406	34275	35180
4	Gesamtpolpz.	<i>p</i>		5	6	7	8	9	10	11	12	13
	Flussdichtev.	$K_{\rm Bgetr}$.	-	0,72	-	-	-	0,95	0,98	1,00	1,02
	Statordurchfl.	$\Theta_{\rm Sthgetr}$	A	-	56976	_	-	-	63055	63869	64567	65175
	Rotordurchi.	$\Theta_{\rm Rthgetr}$	A	-	30442	_	-	-	32672	33516	34381	35261
	Flussalchiev.	Λ_{Bgem}		-	_	_	-	_	0,95	0,98	_	1,05
	Botordurahf	O _{Sthgem}	A	_	_	_	_	_	22780	22516	_	25150
5	Geographic Construction	Rthgem	A	- 6	- 7		-	10	11	12	- 12	14
5	Flussdichtev	Kn .		0	0.66	0.74	9	10	-	0.89	0.91	0.03
	Statordurchfl	R B getr	Δ		59477	62263				68113	69016	69803
	Rotordurchfl	$\Theta_{\text{Dath matrix}}$	A		30476	30730	_	_	_	33357	34205	35071
	Flussdichtev.	$K_{\rm R gam}$		_	0.54	0.63	_	_	_	0.85	0.89	0.91
	Statordurchfl.	$\Theta_{\rm Sthgem}$	Α	_	44520	45467	_	_	_	48372	48931	49433
	Rotordurchfl.	$\Theta_{\rm Rthgem}$	A	_	30636	31103	_	_	_	33605	34329	35195
6	Gesamtpolpz.	p		7	8	9	10	11	12	13	14	15
	Flussdichtev.	$K_{\rm Bgetr}$		-	0,60	0,68	0,72	_	-	-	0,85	0,87
	Statordurchfl.	$\Theta_{\rm Sthgetr}$	A	-	62273	65394	67699	-	-	-	73325	74267
	Rotordurchfl.	$\Theta_{\rm Rthgetr}$	A	-	30474	30724	31182	-	-	-	34017	34865
	Flussdichtev.	$K_{\rm Bgem}$		-	0,47	_	0,63	-	-	-	0,78	0,81
	Statordurchfl.	$\Theta_{\rm Sthgem}$	A	-	47603	-	49533	-	-	-	52362	52912
	Rotordurchfl.	$\Theta_{\rm Rthgem}$	Α	-	30783	-	31692	-	-	-	34572	35261
7	Gesamtpolpz.	р		8	9	10	11	12	13	14	15	16
	Flussdichtev.	$K_{\rm Bgetr}$,		0,56	0,63	0,68	0,72	-	-	-	0,81
	Statordurchfl.	Θ_{Sthgetr}	A		65326	68689	71225	73250	-	-	-	78638
	Rotordurchfl.	$\Theta_{\rm Rthgetr}$	A	-	30490	30724	31152	31695	-	-	-	34729
	Flussdichtev.	$K_{\rm Bgem}$		-	0,43	0,50	0,56	0,60	-	-	-	0,72
	Statordurchfl.	Θ_{Sthgem}	A	-	50924	51988	52944	53807	-	-	-	25479
0	Rotordurchn.	OR th gem	A	-	30803	31337	318/8	32390	-	- 15	-	354/8
8	Gesamtpolpz.	p v		9	10	11	12	15	14	15	16	17
	Statardurahf	$\Lambda_{B getr}$		-	68602	72120	74852	0,08	0,/1	-	_	-
	Botordurchfl	O _{Sthgetr}	A	_	30485	20710	21126	21666	22204	_	_	_
	Fluesdichtev	Kn Kn	A		0.38	0.46	51150	0.55	0 50			
	Statordurchfl	AB gem	Δ		54445	55530		57412	58218		_	
	Rotordurchfl	$\Theta_{\rm Sthgem}$			30978	31430		32727	33342			_
9	Gesamtnolnz	∽кingem n		10	11	12	13	14	15	16	17	18
	Flussdichtev	P KB actr		0.40	_	0.56	0.60	0.63	0.66	0.69	_	_
	Statordurchfl	Θ_{Stheatr}	A	66906	_	75729	78574	80894	82841	84516	_	_
	Rotordurchfl.	$\Theta_{\rm R th getr}$	A	30436	_	30729	31114	31651	32271	32934	_	_
	Flussdichtev.	Kingen		0,26	_	0,42	0,47	0,50	0,54	0,56	_	_
	Statordurchfl.	Θ_{Sthgem}	Α	56902	_	59239	60240	61148	61972	62725	_	_
	Rotordurchfl		A	30529	_	31580	32175	32948	33578	34336	_	_

Tabelle 3	Ergebnisse d	er Rerechnungen	für unterschiedliche	Polpaarzahlkombinationen
Tabelle 3	Eigeomsse u	ei Deiechnungen	iui uniciscineunche	r olpaal Zallikolliolliatiolieli.

Kombinationen $p_1 = 1$, $p_2 = -9$ oder $p_1 = 2$, $p_2 = -8$ mit $\Theta_{\text{thget}} = 48025 \dots 54576 \text{ A}$ vergleichbar mit den Durchflutungen 8- und 12-poliger KSM (Abschnitte 5.1 und 5.2). Das gleiche gilt für gemeinsame Wicklungen: $\Theta_{\text{thgem}} = 37246 \dots 39705 \text{ A}.$

Die Induktionsverhältnisse bewegen sich für diese Kombinationen im Bereich $K_{\text{Bopt}} = 2,29...1,32$. Die Ausführung der Rotorwicklung hängt also stark von der Wahl der Statorwicklungen ab.

Interessant ist, dass einige hochpolige KSM mit der gleichen Durchflutung ein höheres Drehmoment erwarten lassen als Induktionsmaschinen mit Schleifringläufer mit der gleichen Polzahl (s. Tab. 2). Die Ursache liegt darin, dass z. B. zur Erzeugung eines Drehfeldes mit p = 10ein wesentlich höherer Magnetisierungsstrom erforderlich ist, als zur Erzeugung zweier Drehfelder p_1 und p_2 mit geringerer Polzahl. So steht bei diesen hochpoligen KSM ein größerer Strom für die Drehmomentbildung zur Verfügung als bei Induktionsmaschinen.

6 Zusammenfassung

Im vorliegenden Bericht werden die Durchflutungen der Statorwicklung und der Rotorwicklung zur Erzeugung des Drehmomentes betrachtet. Die Durchflutungen für die beiden Drehfelder werden durch das Flussdichteverhältnis der Rotorwicklung festgelegt. Zur Vereinfachung der Betrachtung werden streuungslose Wicklungen mit vernachlässigbarem Widerstand betrachtet. Ebenso bleiben die Eisenverluste unberücksichtigt.

Die Gleichungen werden für Kaskadenmaschinen mit einer resultierenden Polzahl von 8 bis 20 (p = 4...10) für die Baugröße 355 mit einem Drehmoment von 1600Nm ausgewertet. Zu den einzelnen Polzahlkombinationen werden die Kurven der Durchflutungen im Stator und Rotor dargestellt. Zwei Tabellen zeigen die Ergebnisse.

Je nach Wahl der Polpaarzahlen der Kaskadenmaschine und Ausführung der Statorwicklung (getrennte Wicklungen/gemeinsame Wicklung) gibt es ein optimales Flussdichteverhältnis, bei dem die für die Stromwärmeverluste verantwortlichen Durchflutungen am kleinsten werden.

Die geringsten Durchflutungen weisen folgende Polpaarzahlkombinationen mit gemeinsamer Statorwicklung auf:

- p = 4 mit $p_1 = 1, p_2 = -3$
- p = 7 mit $p_1 = 2, p_2 = -5$
- p = 8 mit $p_1 = 2$, $p_2 = -6$ oder $p_1 = 3$, $p_2 = -5$
- p = 9 mit $p_1 = 2, p_2 = -7$

•
$$p = 10$$
 mit $p_1 = 1$, $p_2 = -9$ oder $p_1 = 2$, $p_2 = -8$

Diese Kombinationen lassen die besten Wirkungsgrade erwarten. Die Realisierbarkeit einer gemeinsamen Statorwicklung und geeigneter Rotorwicklungen ist jedoch noch nicht geklärt. Ferner sind die Eisenverluste in den Betrachtungen noch nicht berücksichtigt. Mit den Ergebnissen lassen sich die Zielgrößen für die Rotorwicklung angeben, um einen hohen Wirkungsgrad der Kaskadenmaschine und eine hohe Ausnutzung zu erreichen.

In weiteren Untersuchungen soll geklärt werden, wie der Einfluss der Streuinduktivitäten und Widerstände sowie der Eisenverluste das optimale Flussdichteverhältnis bestimmen und wie sich das Flussdichteverhältnis aus der Wicklungsausführung der Rotorwicklung bestimmen lässt bzw. wie die Rotorwicklung auzuführen ist, um das gewünschte Flussdichteverhältnis zu erreichen.

7 Literatur

- [1] Müller, G., Vogt, K., Ponick, B.: Berechnung elektrischer Maschinen. Wiley-VCH (2008)
- [2] Gorginpour, H., Oraee, H., Abdi, E.: Calculation of Core and Stray Load Losses in Brushless Doubly Fed Induction Generators. IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, VOL. 61, NO. 7, JULY 2014 (2014)
- [3] Thomas Logan and Richard McMahon: Operating Charts for the Brushless Doubly-Fed. Machine (BDFM) IEEE (2009)
- [4] R. A. McMahon, P. C. Roberts, X. Wang, and P. J. Tavner: Performance of the bdfm as a generator and motor. Proc. IEE B - Elec. Power App., vol. 153, pp. 289–299 (2006)
- [5] Hamed Gorginpour, Hashem Oraee, Richard A. McMahon: Electromagnetic-Thermal Design Optimization of the Brushless Doubly Fed Induction Generator. IEEE Transactions on industrial electronics, Vol. 61, NO. 4, (2014)
- [6] Salman Abdi, Ehsan Abdi, Ashknaz Oraee, Richard McMahon: Equivalent Circuit Parameters for Large Brushless Doubly Fed Machines (BDFMs). IEEE Transactions on energy conversion, Vol. 29, NO. 3 (2014)
- [7] Ashknaz Oraee, Richard McMahon, Ehsan Abdi, Salman Abdi, Sul Ademi: Influence of Pole-Pair Combinations on the Characteristics of the Brushless Doubly Fed Induction Generator. IEEE Transactions on energy conversion, Vol. 35, NO. 3 (2020)
- [8] Ashknaz Oraee, Ehsan Abdi, Salman Abdi, Richard McMahon, Peter J. Tavner: Effects of Rotor Winding Structure on the BDFM Equivalent Circuit Parameters. IEEE Transactions on energy conversion, Vol. 30, NO. 4 (2015)
- [9] Hamed Gorginpour, Hashem Oraee, Ehsan Abdi: Calculation of Core and Stray Load Losses in Brushless Doubly Fed Induction Generators. IEEE Transactions on industrial electronics, Vol. 61, NO. 7 (2014)
- [10] Hamed Gorginpour, Hashem Oraee, Richard A. McMahon: Electromagnetic-Thermal Design Optimization of the Brushless Doubly Fed

Induction Generator. IEEE Transactions on industrial electronics, Vol. 61, NO. 4, (2014)

- [11] Fräger, C.: Neuartige Kaskadenmaschine für bürstenlose Drehzahlstellantriebe mit geringem Stromrichteraufwand. VDI-Verlag (1995)
- [12] Fräger, C.: Kaskadenmaschine KSM: bürstenlose Induktionsmaschine für doppelt gespeiste Generatorsysteme – Kriterien für Wahl Polpaarzahlen. SERWISS, die der URN: urn:nbn:de:bsz:960-opus4-30379, DOI: https://doi.org/10.25968/opus-3037 (2024)
- [13] Philipp Löhdefink: Analytische Beschreibung des Betriebsverhaltens geregelter Kaskadenmaschinen. Dissertation TU-Ilmenau (2020)



Prof. Dr.-Ing. Carsten Fräger ist Mitglied des Instituts für Konstruktionselemente, Mechatronik und Elektromobilität IKME der Hochschule Hannover. Er vertritt die Mechatronik mit den Themen Elektrische Antriebe und Servoantriebe, Modellbildung technischer Systeme, sowie die Auslegung mechatronischer Systeme. Er studierte Elektrotechnik an der Universität Paderborn und an der Leibniz-Universität Hannover. 1994 promovierte er am Institut für Elektrische Maschinen und Antriebe der Leibniz-Universität Hannover. Bei der Fa. Lenze/Aerzen leitete er die Motorenentwicklung und das Produktmanagement Servoantriebe. Er engagiert sich aktiv als Mitglied im Fachbereich Antriebstechnik FBA1 und im Fachausschuss Elektrische Geräte- und Stellantriebe FA3.3 des VDE. Er arbeitet in den Programmausschüssen der Konferenz Innovative Kleinund Mikroantriebstechnik IKMT. Im IEEE ist er aktiv als Reviewer für Beiträge der Mechatronik tätig.